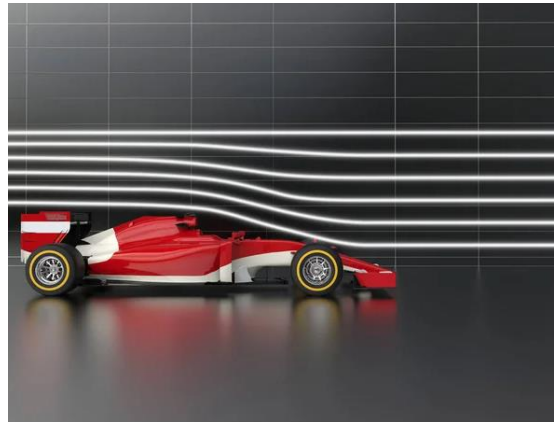


Моделювання природничих та технічних мультифізичних систем засобами COMSOL Multiphysics

К.т.н., доц. Денисенко О.І.
Національний університет
«Запорізька політехніка»

Поняття і типи моделей

- ▶ **Модель** — це опис суттєвих для поставленої задачі властивостей і закономірностей поведінки об'єктів, що забезпечують її розв'язання.
- ▶ За способом подання моделі можна розділити на **матеріальні** (або натурні) й **інформаційні** (або абстрактні).
- ▶ **Матеріальна модель** — це модель об'єкта, подана у вигляді його предметної копії.









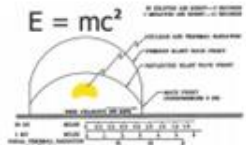




► **Інформаційна модель** — це модель об'єкта (явища, процесу), подана у вигляді його опису.

Інформаційні моделі, у свою чергу, розподіляють **за формою подання** на:

- **словесні** — усні та письмові описи;
- **графічні** — малюнки, креслення, піктограми, карти тощо;
- **структурні** — таблиці, графіки, діаграми, схеми тощо;
- **математичні** — формули, рівняння, нерівності, функції тощо;
- **спеціальні** — хімічні формули, нотні записи, записи шахових партій та інші.

Причини моделювання

Причина	Приклад	Модель	
		матеріальна	інформаційна
Об'єкт надзвичайно великий	Планета Земля	Глобус Землі 	Географічна карта 
Об'єкт надзвичайно малий	Молекула води	Пластиліново-сірникова модель 	Хімічна формула H_2O
Швидкоплинне явище	Блискавка	Лабораторний експеримент 	Миттєвий знімок, або прискорена зйомка явища 
Повільне явище	Процес розпускання квітки	Штучна функціональна модель 	Уповільнена зйомка процесу 
Явище небезпечне для дослідника	Ядерний вибух	Макет дослідження ударної хвилі 	Розрахунок потужності вибуху $E = mc^2$ 
Дослідження небезпечне для самого об'єкта	Дослідження скелетної системи людини	Штучний скелет людини 	Флюорографія або комп'ютерна томографія 

Математична модель – це система математичних співвідношень, які описують властивості досліджуваного об'єкта, процесу або явища.

Мета створення математичної моделі – вивчення властивостей об'єктів, фізичних процесів, природних явищ, які можна отримати шляхом обчислень.

Історія математики знає чимало прикладів, коли в межах удаło побудованої математичної моделі за допомогою обчислень, як кажуть «на кінчику пера», вдалося передбачити існування нових фізичних об'єктів.



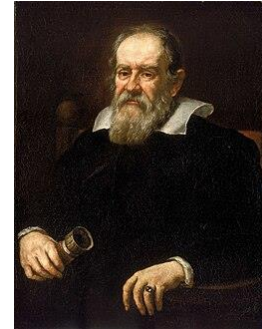
Рубен Левер'є (1811-1877)



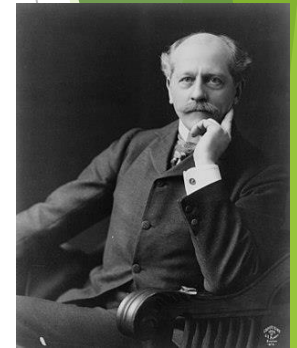
Джон Адамс (1819-1892)



Ісак Ньютон (1643-1727)



Галілео Галілей (1564-1642)

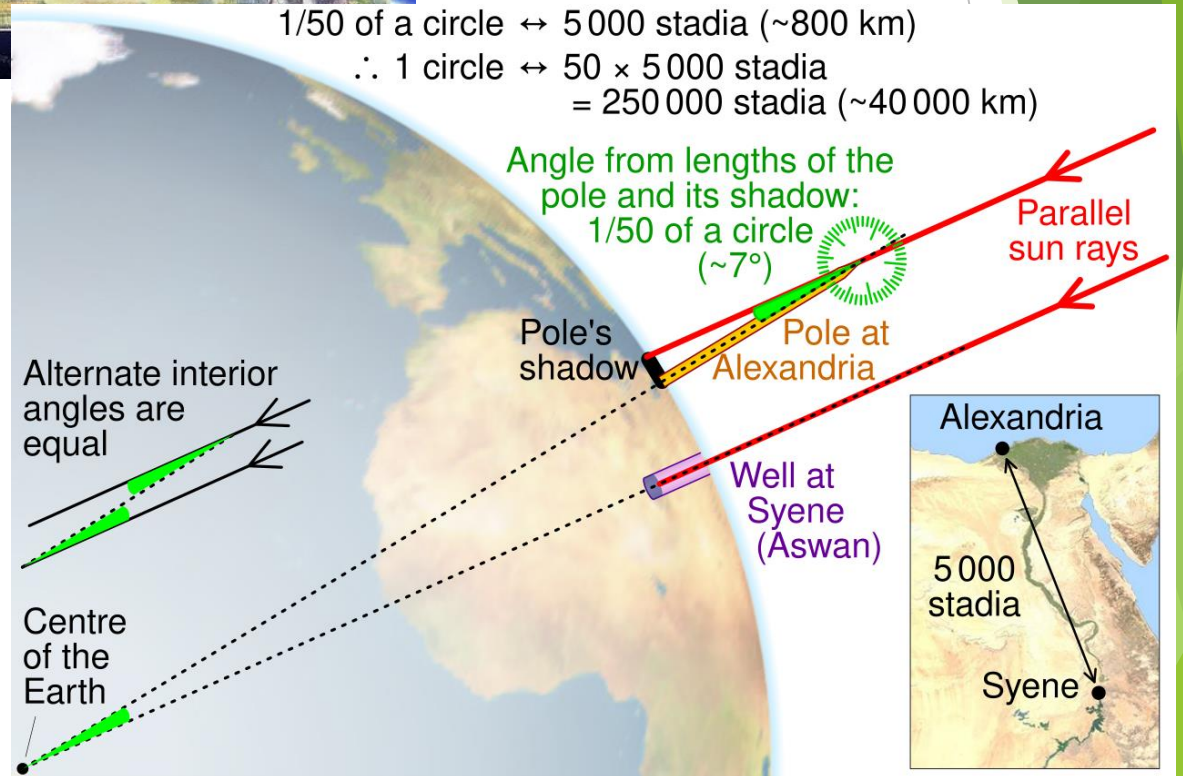


Персиваль Ловель (1855-1916)

Як Ератосфен визначив розмір земної кулі



$1/50$ of a circle \leftrightarrow 5 000 stadia (~800 km)
 \therefore 1 circle \leftrightarrow $50 \times 5\,000$ stadia
 $= 250\,000$ stadia (~40 000 km)



Приклади найпростіших математичних моделей

Заряд конденсатора і напруга в ньому: $q=CU$;

Напруга на кінцях провідника і сила струму: $U=RI$;

Потік магнітної індукції, який пронизує контур, і сила струму в контурі: $\Phi=LI$.

Коефіцієнти пропорційності в цих формулах: C – ємність, R – опір, L – індуктивність – сталі величини, які характеризують властивості певної речовини.

Прямо пропорційна залежність моделює також залежність між масою та об'ємом за сталої густини:

$$m=\rho\times V;$$

Залежність між шляхом і часом під час рівномірного руху:

$$s=v\times t;$$

Залежність між довжиною кола та його діаметром:

$$C=\pi\times d.$$

Закон Мальтуса — найпростіша модель експоненційного зростання чисельності популяції за умови сталого приросту (необмежених ресурсів).

Позначимо літерою N чисельність популяції. Лінійне диференціальне рівняння, встановлене для популяцій Бернуллі (1760), буде задавати динаміку приросту:

$$\frac{dN}{dt} = \mu N,$$

де t — час, μ — величина, що є різницею коефіцієнта народжуваності B та смертності D :

$$\mu = B - D$$

Розв'язком рівняння при $\mu = \text{const}$ є експоненціальна функція

$$N(t) = N(0)e^{\mu t}$$

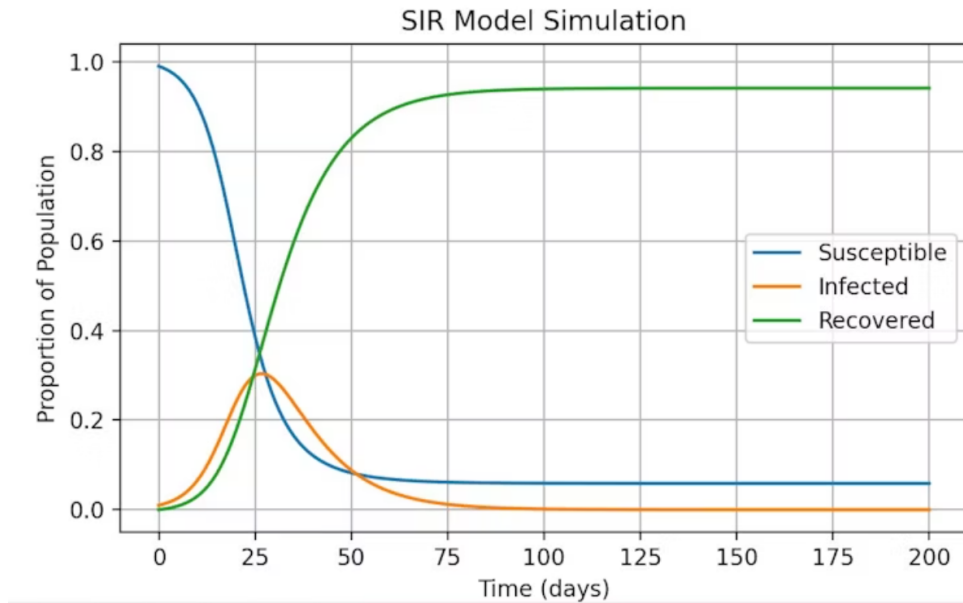
Моделювання інфекційних захворювань

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta \cdot S \cdot I \\ \frac{dI}{dt} = \beta \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma \cdot I \end{cases}$$

S- кількість схильних до захворювань

I- кількість інфікованих

R- перехворіли, та мають імунітет



Рівняння хижак-жертва

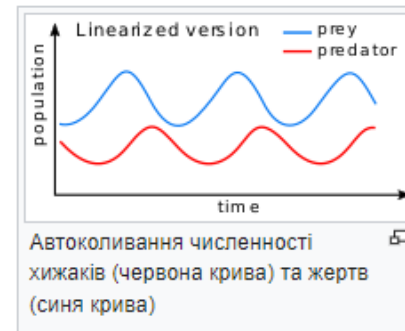
Рівняння Лотки — Вольтєрри або **рівняння хижак — жертва** — система двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, яка описує кінетику чисельності популяції з одним типом хижаків і одним типом жертв. Характерною особливістю рівнянь є те, що їхнім розв'язком є автоколивання. Рівняння запропонували незалежно Альфред Джеймс Лотка та Віто Вольтерра, в 1925 та 1926 роках, відповідно.

Рівняння мають вигляд

$$\frac{dx}{dt} = x \cdot (\alpha - \beta \cdot y)$$
$$\frac{dy}{dt} = -y \cdot (\gamma - \delta \cdot x)$$

де x — кількість жертв, наприклад, зайців, y — кількість хижаків, наприклад, вовків, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — певні параметри.

У рівняння входять такі процеси: розмноження жертв та їхня гибель в результаті поїдання хижаками, розмноження та вимирання хижаків. Вважається, що розмноження хижаків пропорційне кількості їжі, тобто, кількості потенційних жертв у популяції.



Основні характеристики математичних моделей

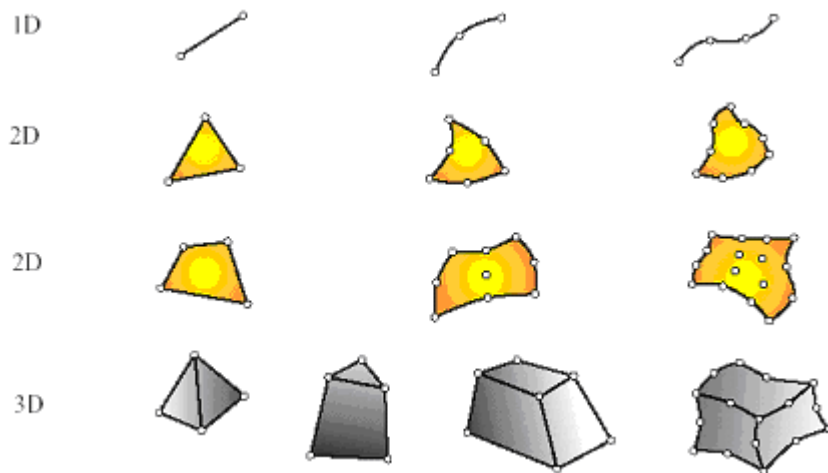
1. Ступінь універсальності
2. Точність
3. Економічність
4. Адекватність

Основні етапи побудови математичних моделей

1. Етап змістовного опису
2. Етап формалізації опису
3. Реалізація моделі, чисельна або аналітична
4. Етап остаточної побудови моделі
(ідентифікації параметрів і перевірки адекватності моделі)
5. Етап вдосконалення моделі за результатами узагальнення
емпірично накопичених даних

Метод скінчених елементів є чисельним методом рішення диференціальних рівнянь, що зустрічаються у фізиці й техніці. Виникнення цього методу пов'язане з рішенням задач космічних досліджень (1950 р.). В 1963 р. було, показано, що метод скінчених елементів можна розглядати як один з варіантів добре відомого методу Релея-Ритца

Основа фізичної концепції МКЕ - це розбиття розрахункової області на непересічні компоненти (підобласті) простої геометрії, які називають скінченими елементами. Математична модель, таким чином, апроксимується дискретною моделлю, отриманою шляхом збирання або ансамблювання всіх елементів.



Типи скінчених елементів

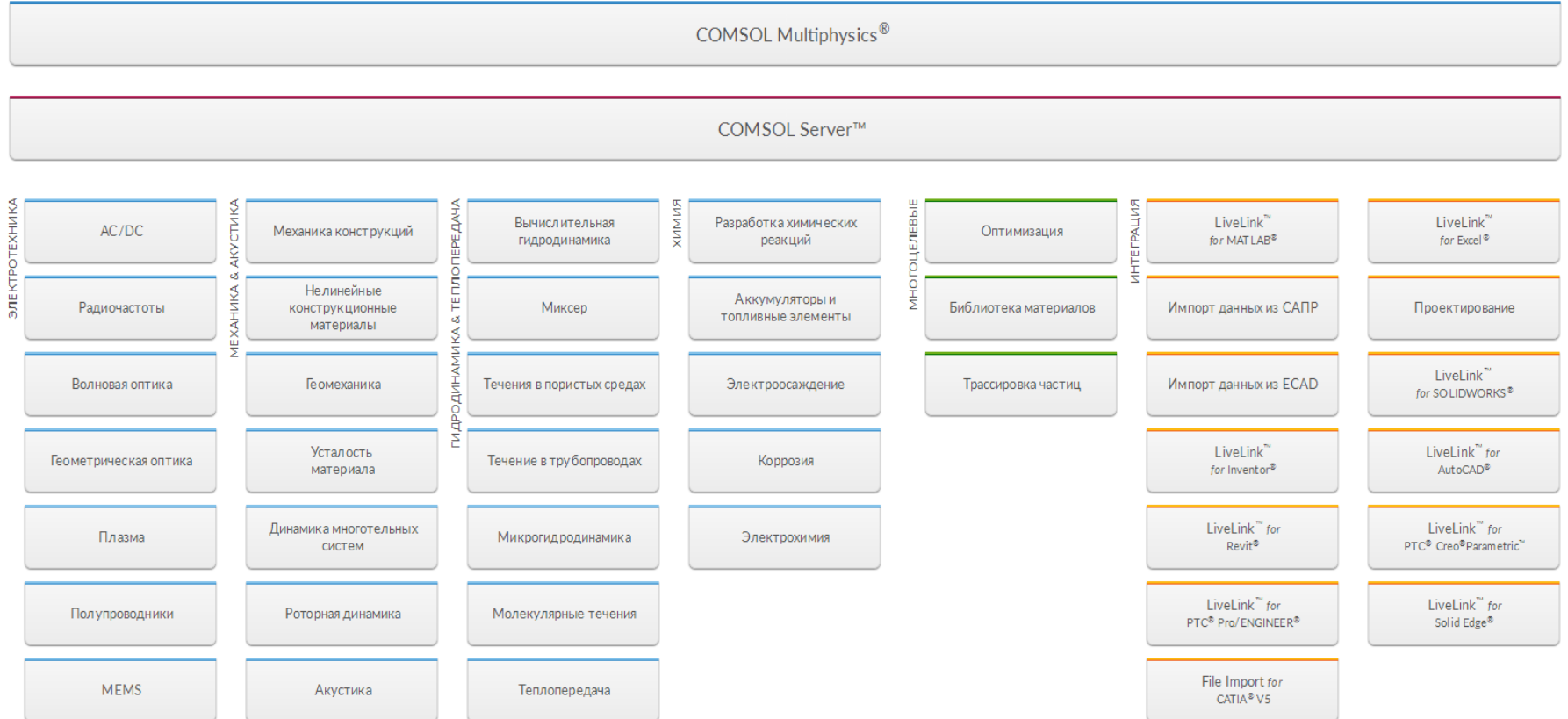
Побудова дискретної моделі

1. У області фіксується кінцеве число точок. Ці точки називаються *вузловими точками* або *вузлами*.
2. Значення безперервної величини в кожній вузловій точці вважається змінної, яка повинна бути визначена.
3. Область визначення безперервної величини розбивається на кінцеве число підобластей, званих *елементами*. Ці елементи мають загальні вузлові точки і в сукупності апроксимують форму області.
4. Безперервна величина апроксимується на кожному елементі многочленом, який визначається за допомогою вузлових значень цієї величини. Для кожного елемента визначається свій поліном, але многочлени підбираються таким чином, щоб збереглася безперервність величини уздовж кордонів елементів. Поліном, пов'язаний з кожним елементом, називають *функцією елемента*.
5. Об'єднання кінцевих елементів в *ансамбль*. У цьому ансамблі вузлові значення невідомої функції повинні бути відрегульовані таким чином, щоб забезпечити найкраще наближення до істинного безперервного розподілу. Цей етап призводить до алгебраїчної системи лінійних рівнянь щодо вузлових значень. Ця система і є моделлю шуканої безперервної функції.
6. Рішення отриманої системи, знаходження вузлових значень.

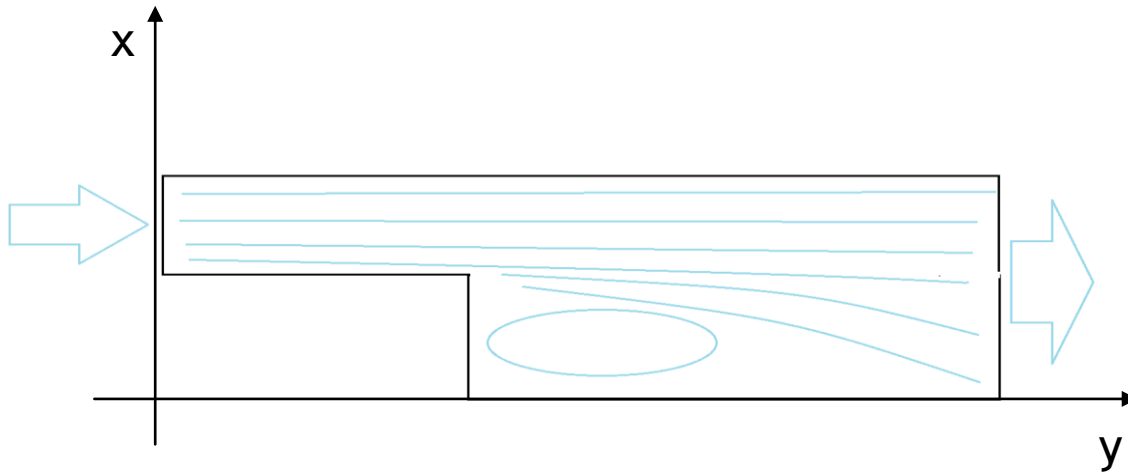
Програмний пакет COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics - це програмне забезпечення для аналізу методом скінченних елементів, розв'язування та моделювання різноманітних природничих, фізичних та інженерних систем, особливо для спарених явищ чи мультифізики.

Программный пакет для мультифизического моделирования



Приклад розрахунку задачі ламінарного потоку рідини в каналі з виступом



Для стаціонарної ламінарної нестисливої двовимірної течії рівняння Нав'є – Стокса в безрозмірній формі мають вигляд:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

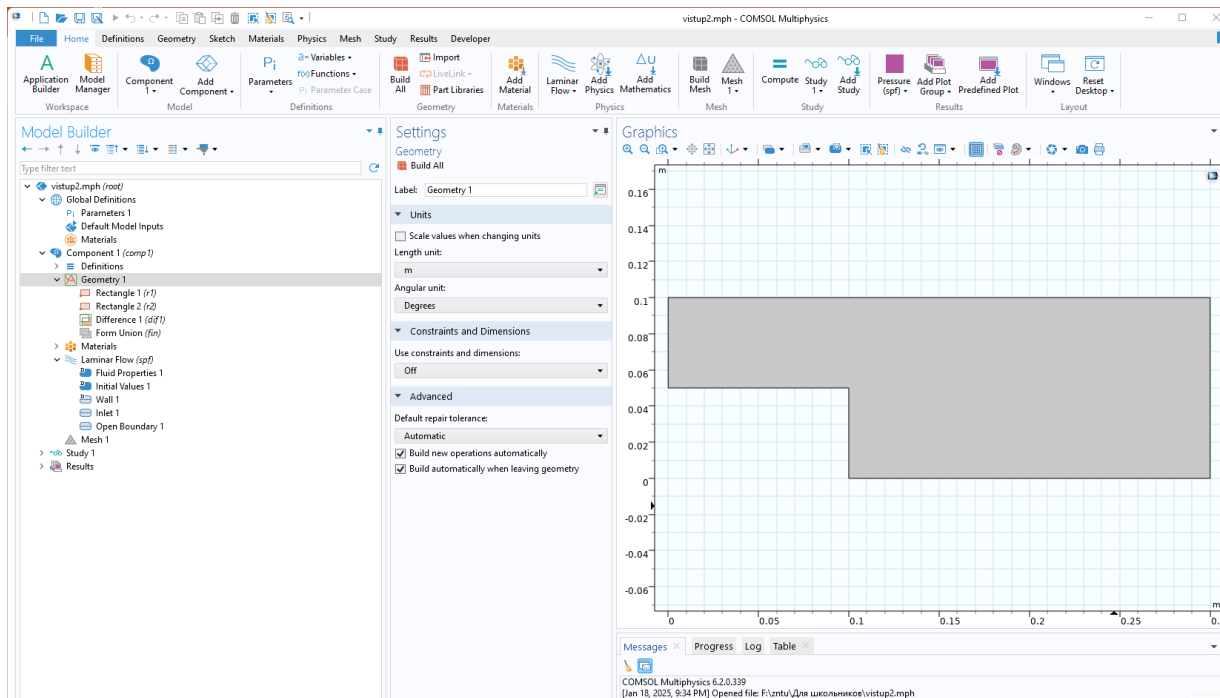
$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right),$$

де число Рейнольдса $\text{Re} = \rho U_{\infty} L / \mu$.

Етапи розрахунку:

1. Побудова геометрії розрахункової області



2. Вибір математичної моделі та налаштування граничних та початкових умов

The screenshot displays the ANSYS Model Builder interface. On the left, the tree view shows the project structure for 'vistup2.mph', including Global Definitions, Component 1 (comp 1), and the selected 'Laminar Flow (spf)' model. The right-hand 'Settings' panel is expanded to show the configuration for the 'Laminar Flow' model. The 'Domain Selection' section shows 'All domains' selected. The 'Equation' section is set to 'Study controlled' with the assumption 'Study 1, Stationary', displaying the governing equations:
$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mathbf{K}] + \mathbf{F}$$
 and
$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$
. The 'Physical Model' section is configured for 'Incompressible flow' with options for neglecting inertial terms, porous media, gravity, and shallow channel approximation. The 'Reference pressure level' is set to 1[atm] Pa, and the 'Reference temperature' is set to 'User defined' at 293.15[K].

Model Builder

Type filter text

- vistup2.mph (root)
 - Global Definitions
 - Parameters 1
 - Default Model Inputs
 - Materials
 - Component 1 (comp 1)
 - Definitions
 - Geometry 1
 - Rectangle 1 (r1)
 - Rectangle 2 (r2)
 - Difference 1 (dif1)
 - Form Union (fin)
 - Materials
 - Laminar Flow (spf)
 - Fluid Properties 1
 - Initial Values 1
 - Wall 1
 - Inlet 1
 - Open Boundary 1
 - Mesh 1
 - Study 1
 - Results

Settings

Laminar Flow

Label: Laminar Flow

Name: spf

Domain Selection

Selection: All domains

1

Equation

Equation form: Study controlled

Show equation assuming: Study 1, Stationary

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot [-p\mathbf{I} + \mathbf{K}] + \mathbf{F}$$
$$\rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Physical Model

Compressibility: Incompressible flow

- Neglect inertial term (Stokes flow)
- Enable porous media domains
- Include gravity
- Use shallow channel approximation

Reference pressure level:

P_{ref} 1[atm] Pa

Reference temperature:

T_{ref} User defined

293.15[K] K

Turbulence

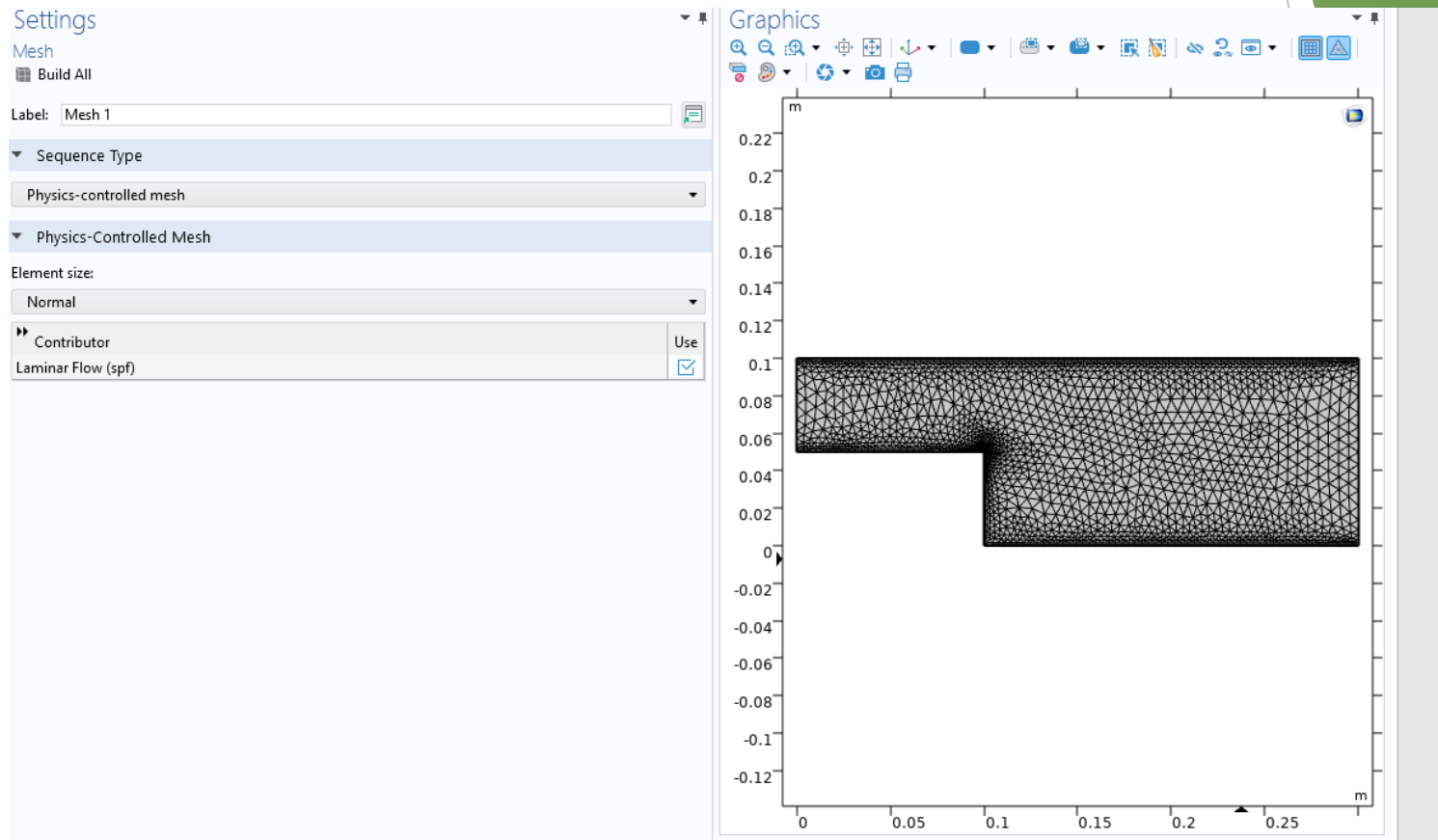
Turbulence model type:

3. Обрання матеріалів з вбудованої бібліотеки

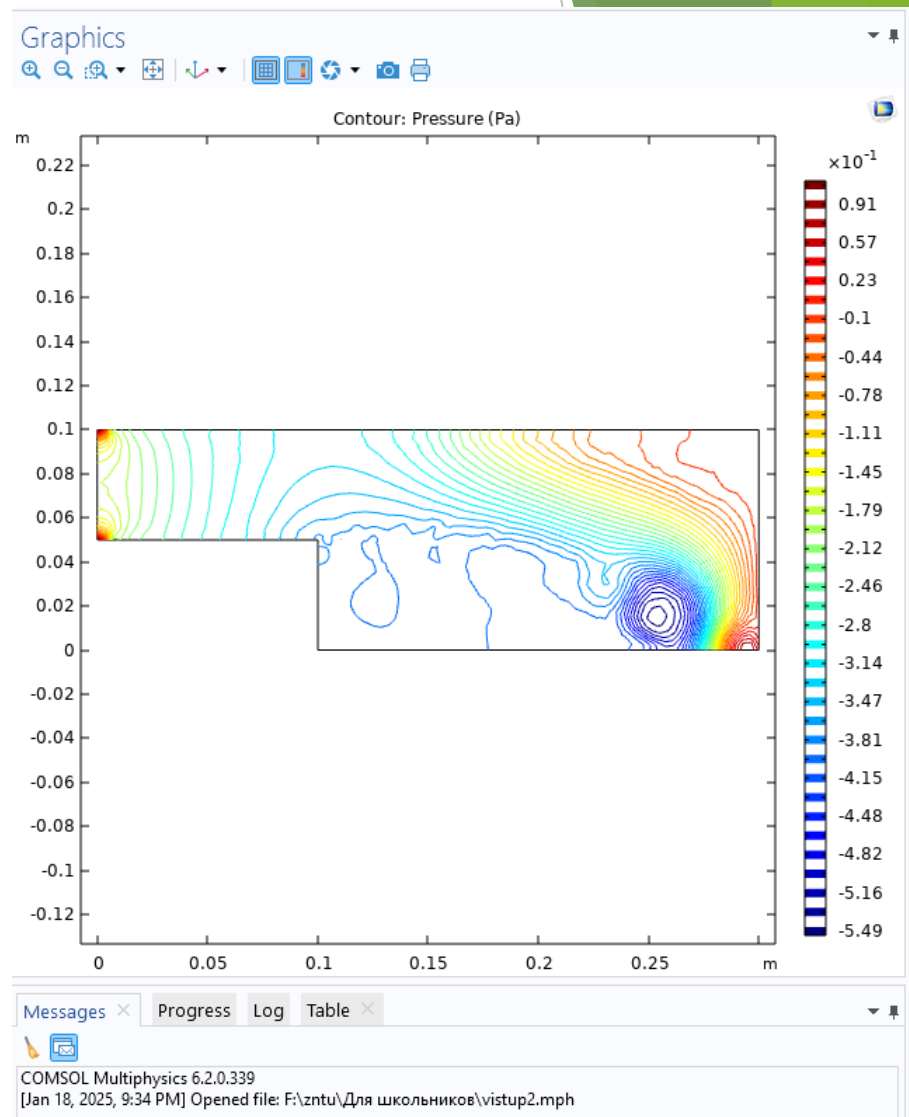
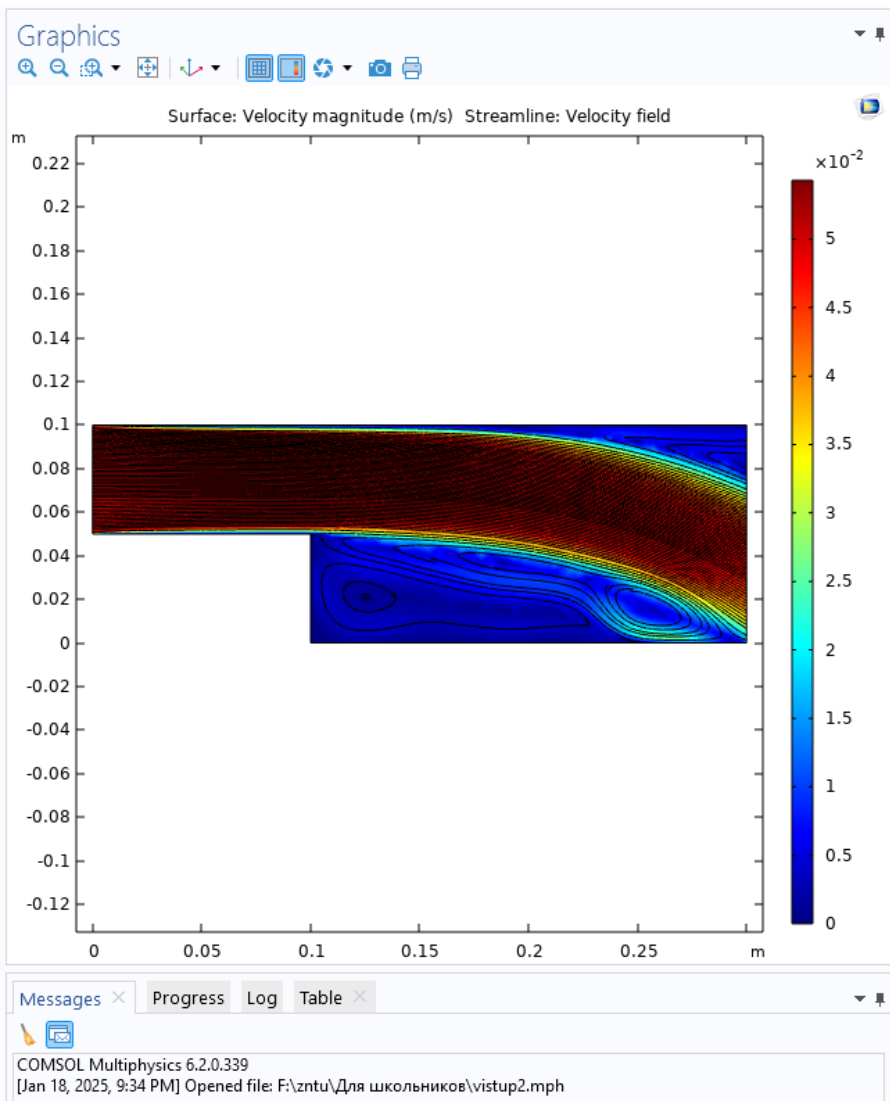
The screenshot displays the ANSYS Workbench Model Builder interface. On the left, the 'Model Builder' tree shows a project named 'vistup2.mph'. Under 'Component 1 (comp 1)', the 'Materials' folder is expanded, and 'Water (mat1)' is selected. The right pane shows the 'Settings' for the selected material, 'Water'. The 'Label' is 'Water' and the 'Name' is 'mat1'. The 'Geometric Entity Selection' section shows 'Geometric entity level' set to 'Domain' and 'Selection' set to 'All domains'. Below this, a table titled 'Material Contents' lists various material properties and their values.

Property	Variable	Value	Unit	Property group
<input checked="" type="checkbox"/> Dynamic viscosity	mu	eta(T)	Pa·s	Basic
<input checked="" type="checkbox"/> Density	rho	rho(T)	kg/m ³	Basic
Coefficient of thermal expansion	alpha_i...	alpha_p(T)	1/K	Basic
Bulk viscosity	muB	muB(T)	Pa·s	Basic
Ratio of specific heats	gamma	gamma_...	1	Basic
Electrical conductivity	sigma_...	5.5e-6[S/...	S/m	Basic
Heat capacity at constant pressure	Cp	Cp(T)	J/(kg·K)	Basic
Thermal conductivity	k_iso ;...	k(T)	W/(m·K)	Basic
Speed of sound	c	cs(T)	m/s	Basic

4. Розбивка розрахункової області на скінченні елементи



5. Розрахунок методом скінчених елементів і інтерпретація результатів



Теплообмін радіаторів електронних елементів

File Home Definitions Geometry Materials Physics Mesh Study Results Developer

Application Builder Model 1 Add Component Parameters Pi a= Variables f(x) Functions Build All Import LiveLink Add Material Conjugate Heat Transfer Add Physics Build Mesh Mesh 1 Compute Study 1 Add Study 3D Plot Group 7 Add Plot Group Windows Reset Desktop

Model Builder

- 0degX 30Vt 10ms.mph (root)
 - Global Definitions
 - Parameters 1
 - Materials
 - Model 1 (mod1)
 - Definitions
 - Selections
 - Boundary System 1 (sys1)
 - View 1
 - Geometry 1
 - Block 1 (blk1)
 - Block 2 (blk2)
 - Work Plane 1 (wp1)
 - Block 3 (blk3)
 - Array 1 (arr1)
 - Union 1 (uni1)
 - Copy 1 (copy1)
 - Difference 1 (dif1)
 - Move 1 (mov1)
 - Form Union (fin)
 - Materials
 - Conjugate Heat Transfer (ntrf)
 - Heat Transfer in Solids 1
 - Thermal Insulation 1
 - Wall 1
 - Initial Values 1
 - Fluid 1
 - Inlet 1
 - Outlet 1
 - Temperature 2
 - Inlet 2
 - Outlet 2
 - Temperature 1
 - Outlet 1
 - Heat Flux 1
 - Warning
 - Mesh 1
 - Warning 1
 - Warning 2
 - Warning 1
 - Warning 2
 - Study 1
 - Results
 - Datasets
 - Derived Values

Settings

Conjugate Heat Transfer

Selection: All domains

Equation

Equation form: Study controlled

Show equation assuming: Study 1, Stationary

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot \left[-\rho\mathbf{I} + (\mu + \mu_T)(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T) - \frac{2}{3}(\mu + \mu_T)(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{I} - \frac{2}{3}\rho k\mathbf{I} \right] + \mathbf{F}$$

$$\nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{k} = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla \mathbf{k} \right] + P_k - \rho \epsilon$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\epsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}, \quad \epsilon = \epsilon_p$$

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$P_k = \mu_T \left[\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \right] - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \mathbf{u}$$

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q$$

Physical Model

Turbulence model type: RANS

Turbulence model: k-ε

Heat transport turbulence model: Kays-Crawford

Neglect inertial term (Stokes flow)

Surface-to-surface radiation

Graphics

Messages Progress Log Evaluation 3D

Number of vertex elements: 100
 Number of edge elements: 1752
 Number of boundary elements: 15852
 Number of elements: 156550
 Minimum element quality: 0
 Warning: Low minimum element quality

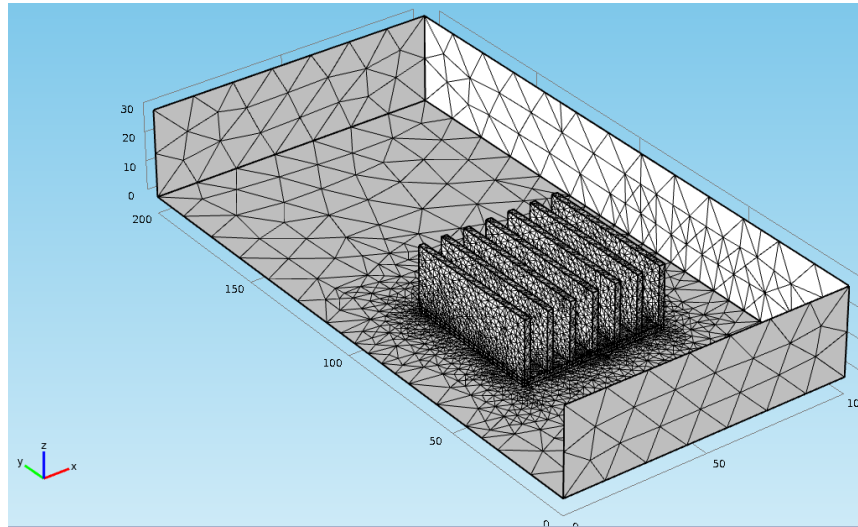
Математична модель

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \\ \rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(u \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + w \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \end{array} \right.$$

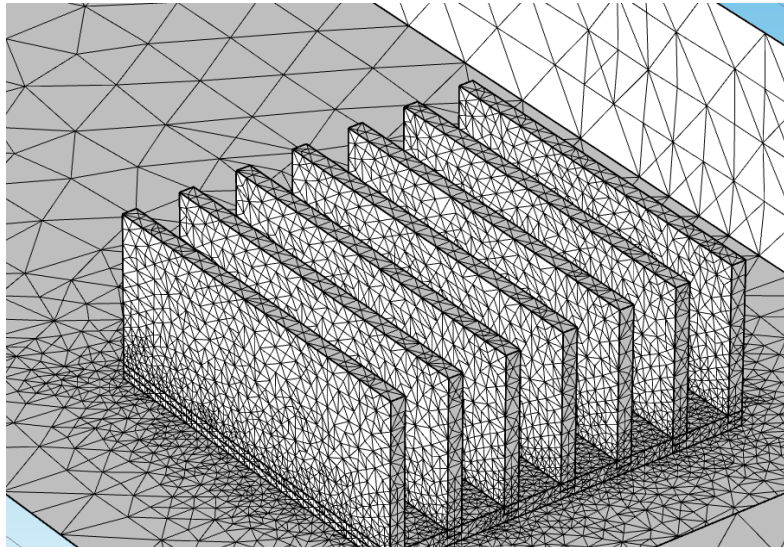
Коефіцієнти і змінні в моделі:

- p – тиск;
- ρ – щільність;
- u, v, w – компоненти швидкості в декартовій системі координат;
- t – час;
- x, y, z – координатні осі;
- μ – динамічна в'язкість;
- C_p – теплоємність;
- k – коефіцієнт теплопровідності.

Триангуляція розрахункової області

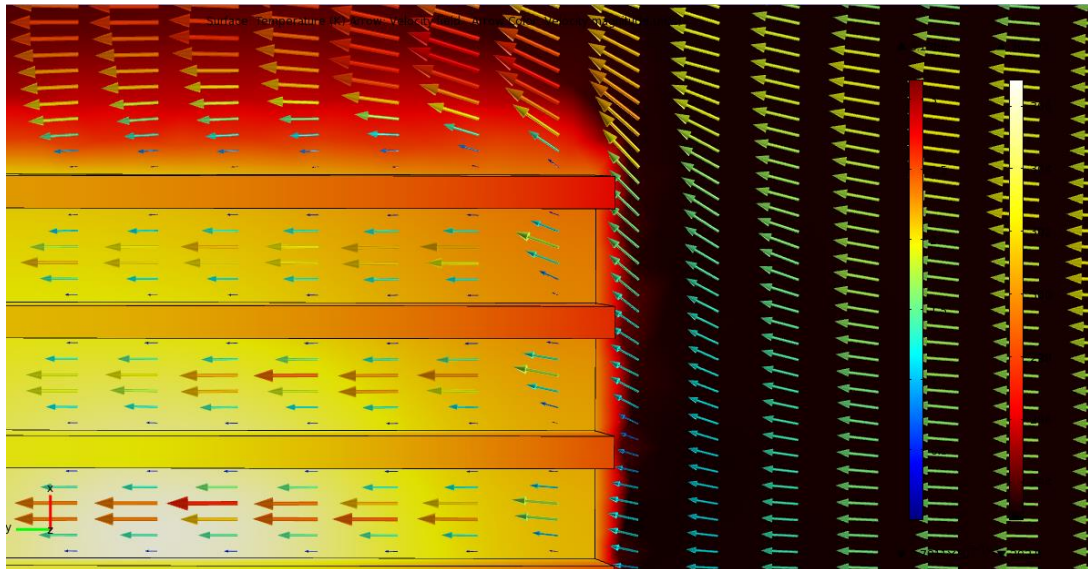
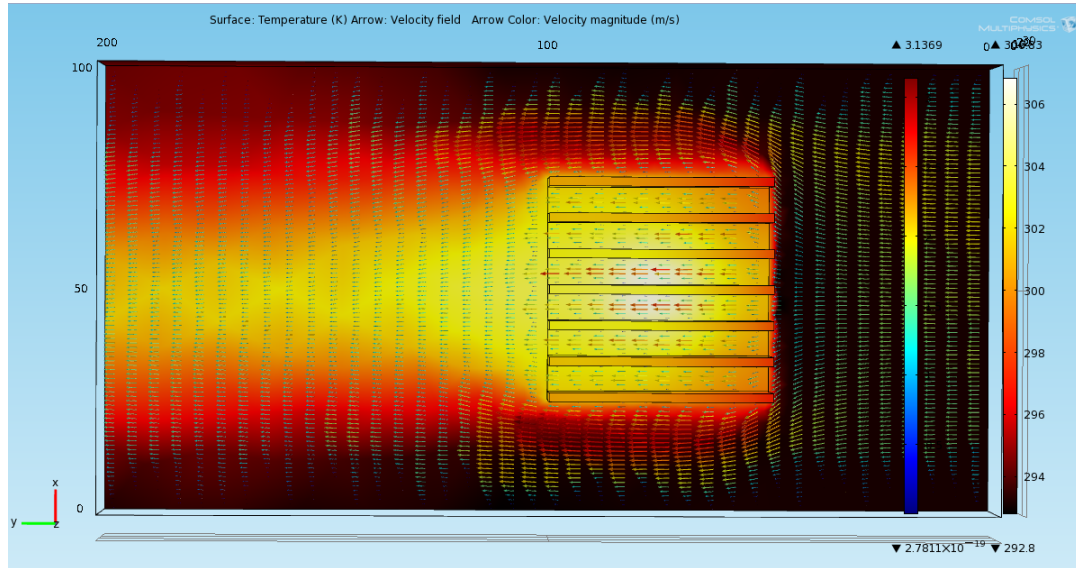


Триангуляція з параметром *fine*, 316704 елементи



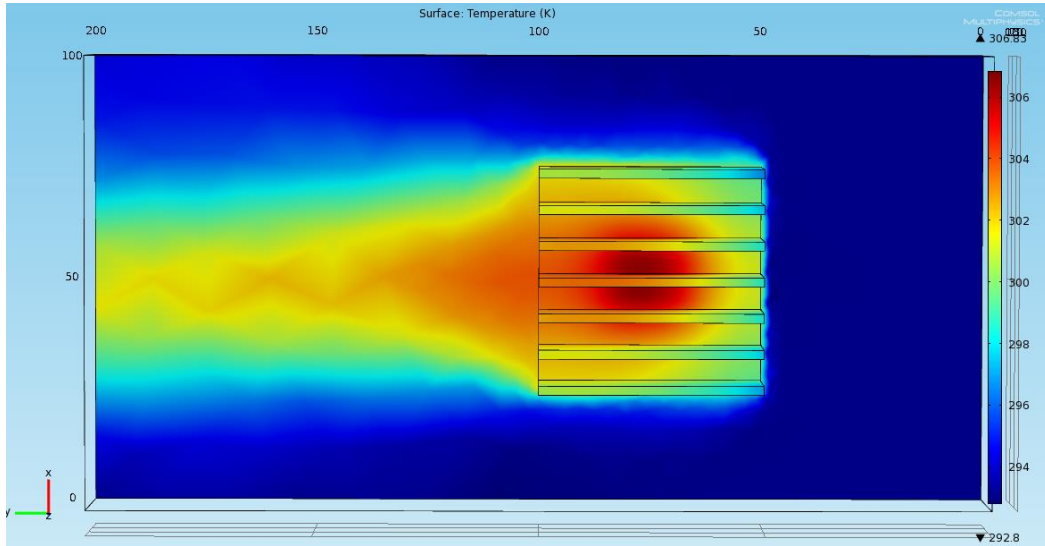
Триангуляція з параметром *finer*, 454641 елемент

Ламінарна модель

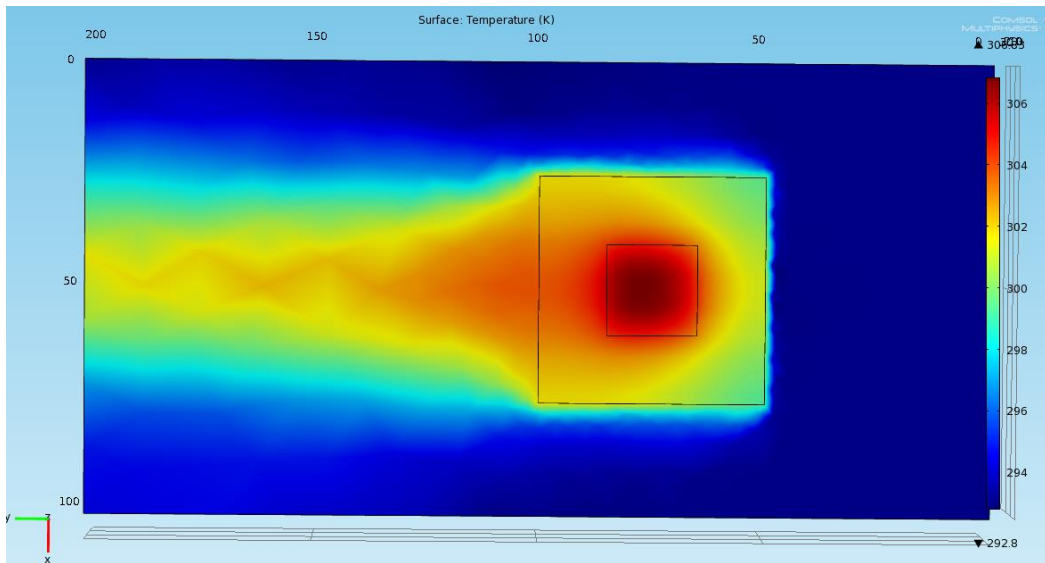


Розподіл температури і швидкості ($V=2$ м/с, $P=15$ Вт)

Розподіл температури

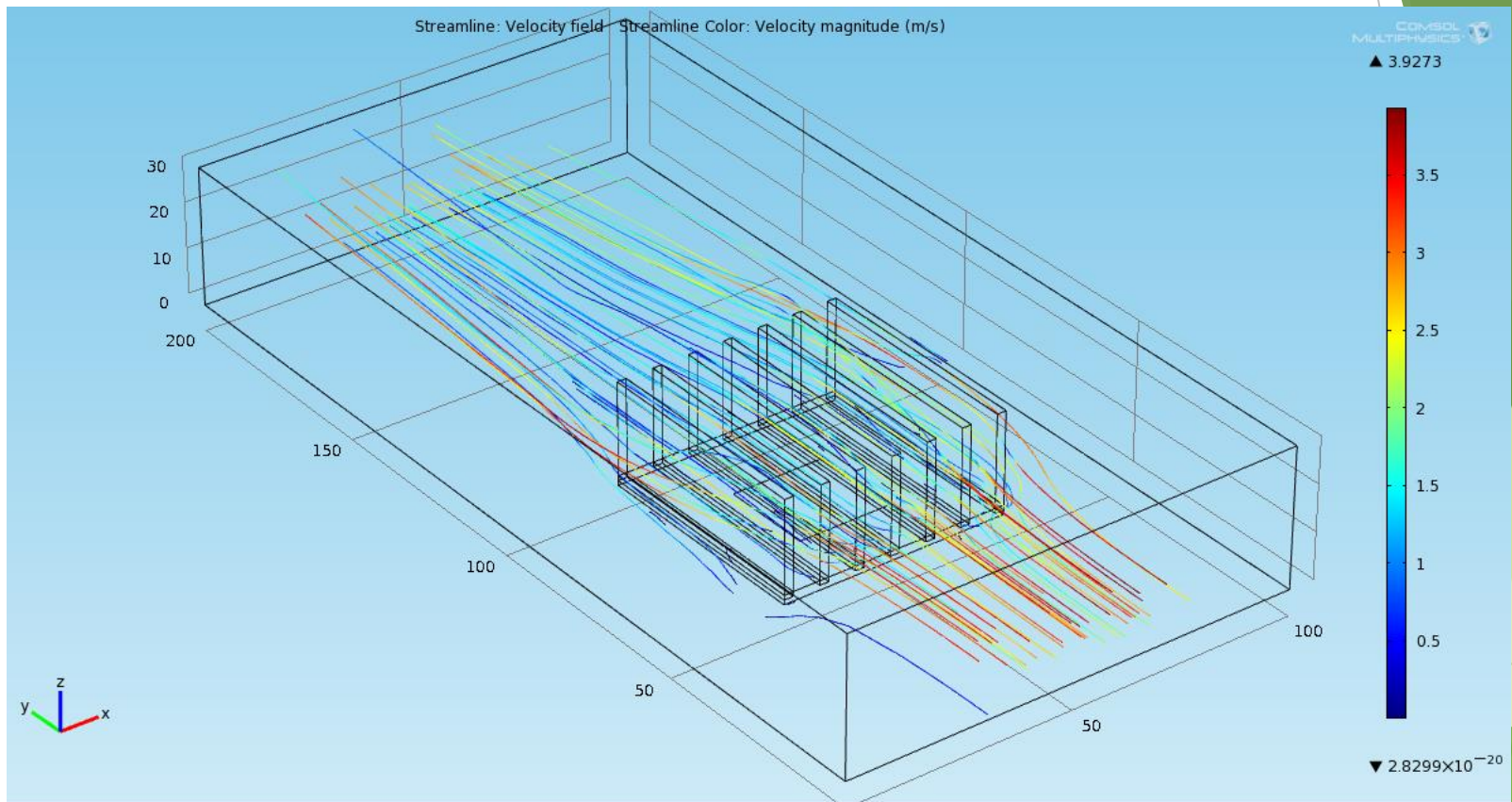


Виз зверху

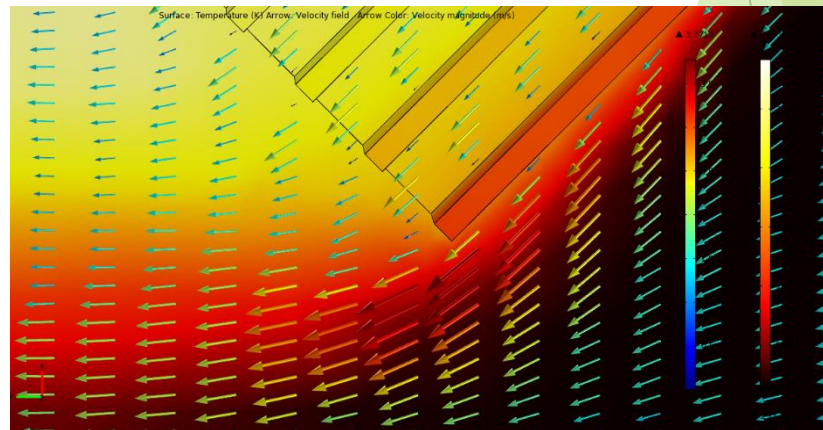
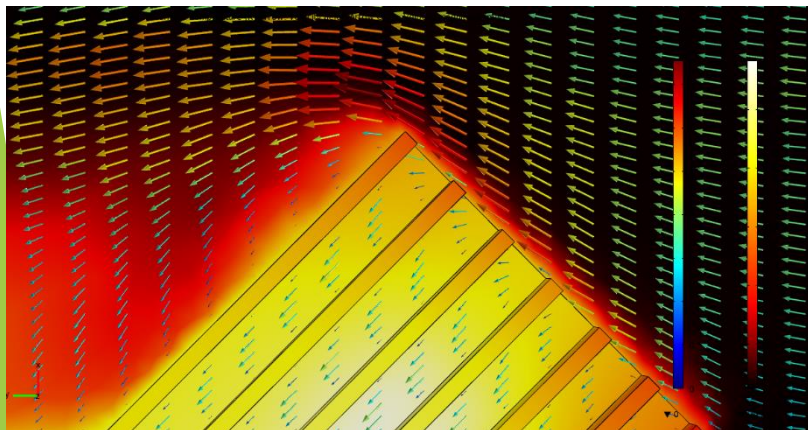
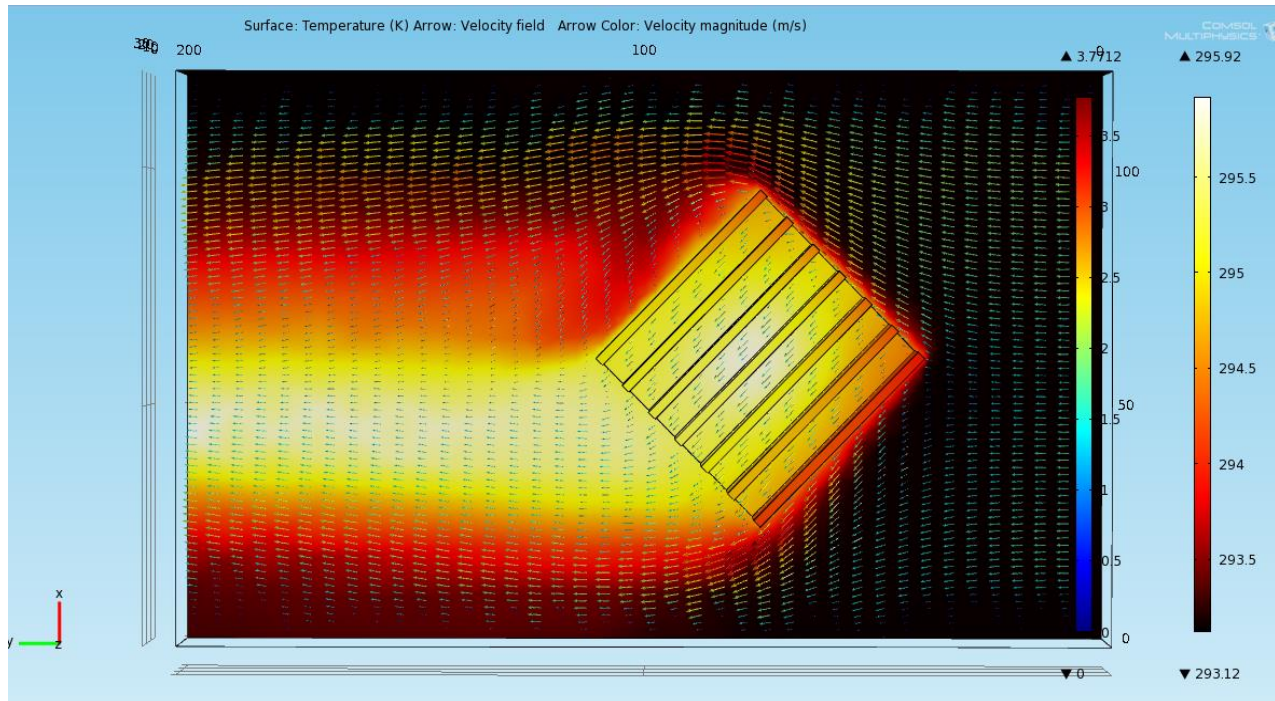


Вид знизу

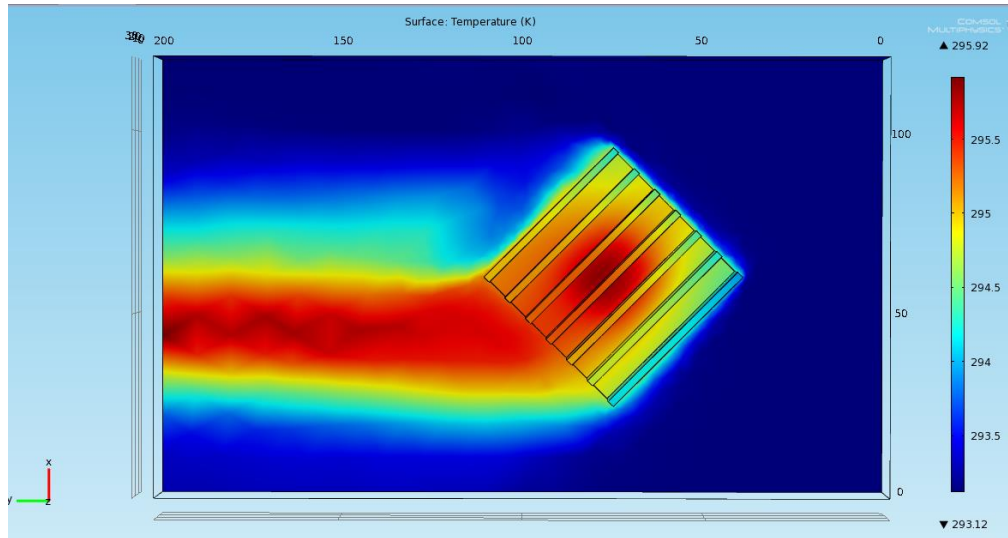
Линії току



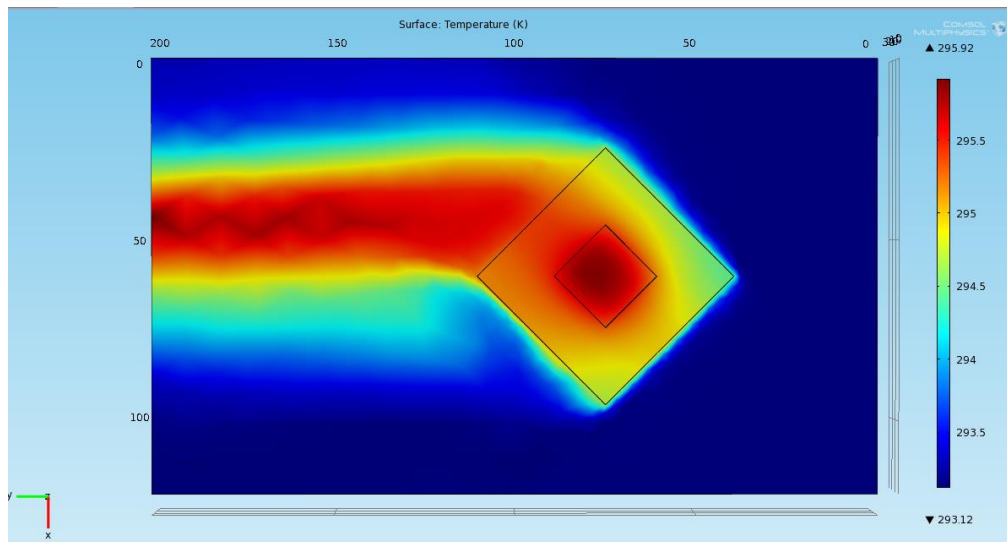
Кут атаки 45 градусів



Розподіл температури

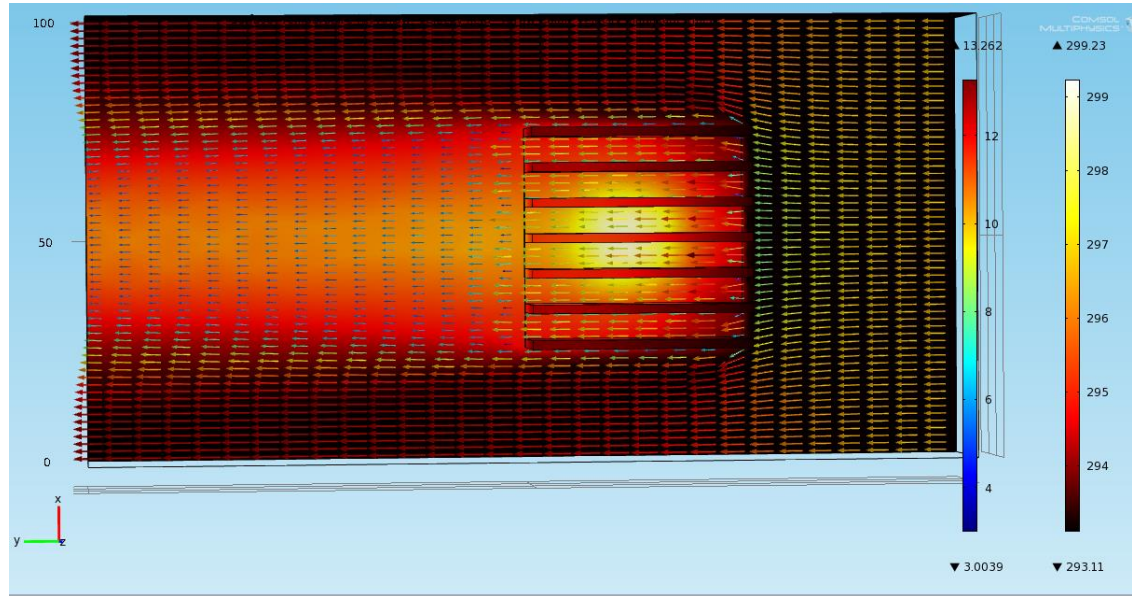


Вид зверху

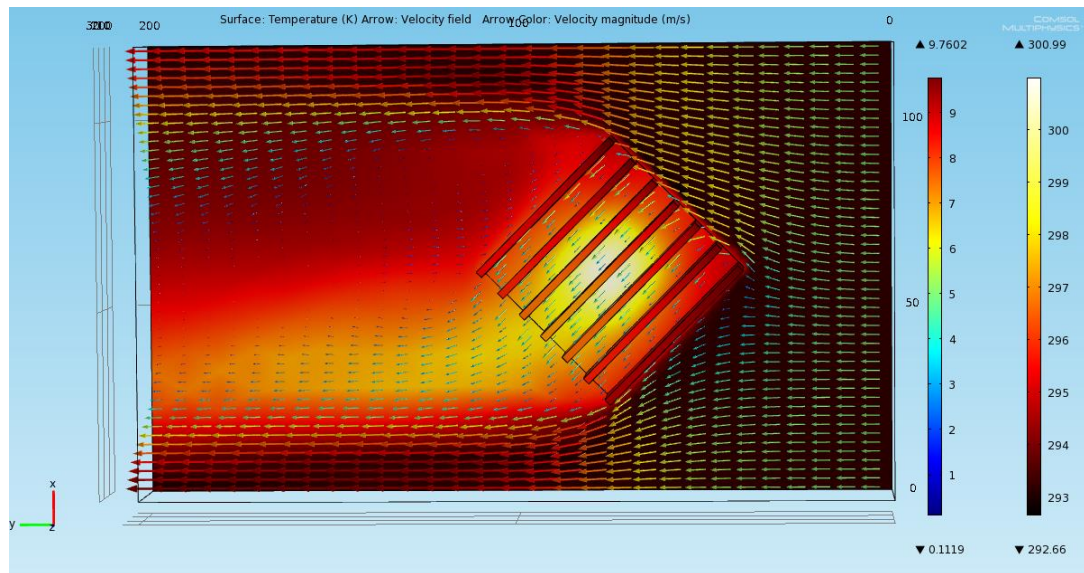


Вид знизу

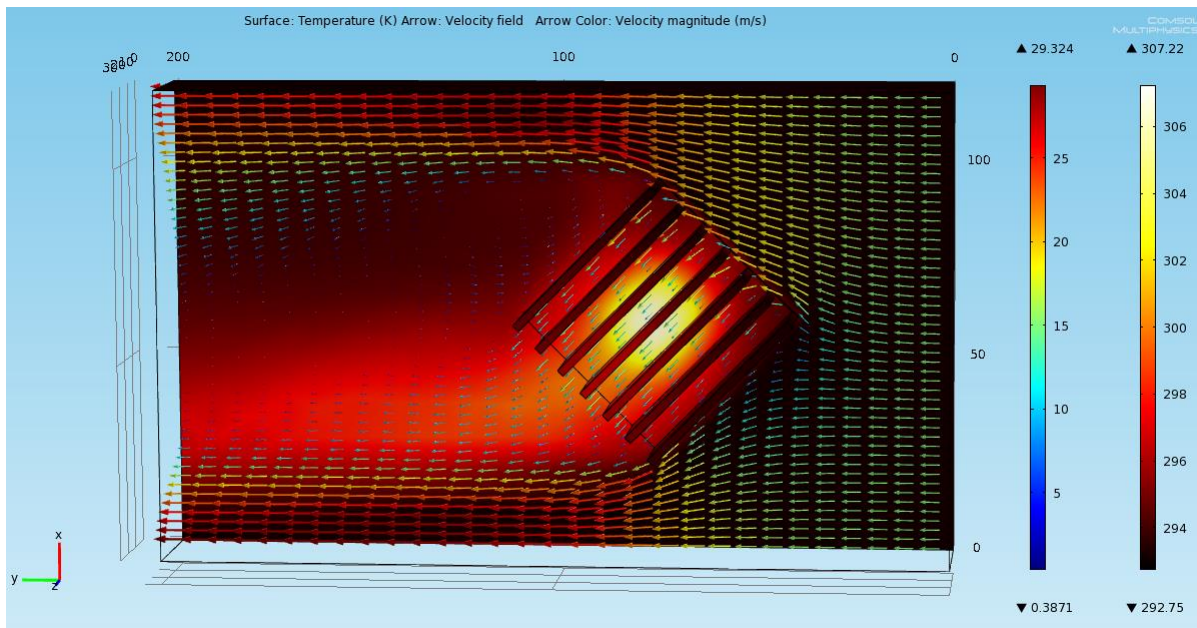
Турбулентна модель



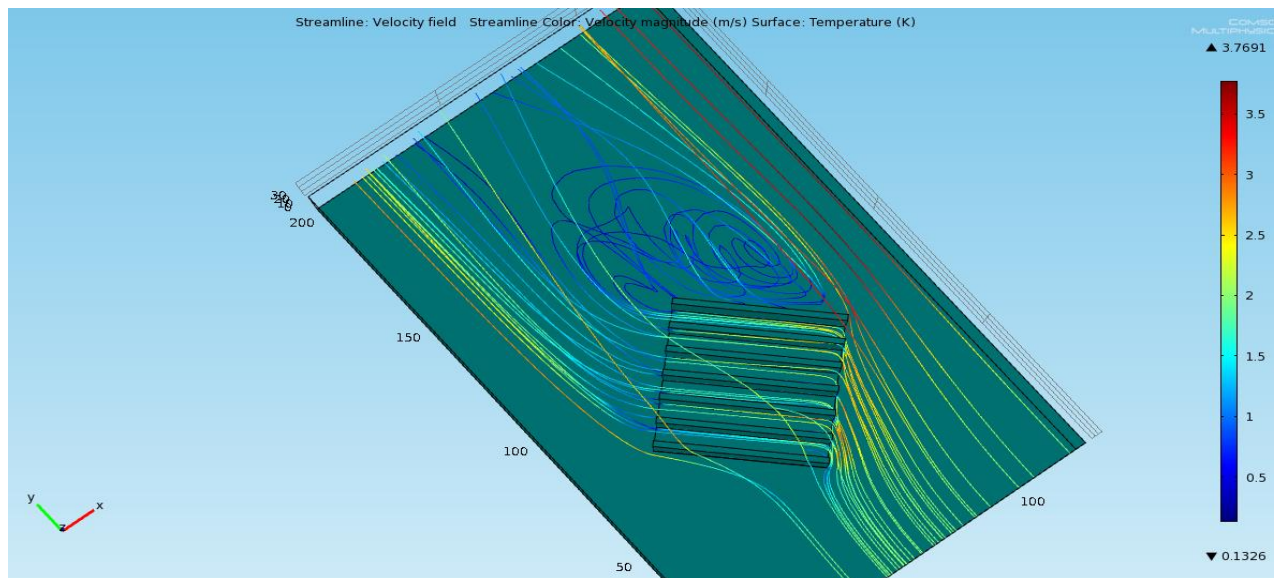
10 м/с, 15 Бар



5 м/с, 15 Бар

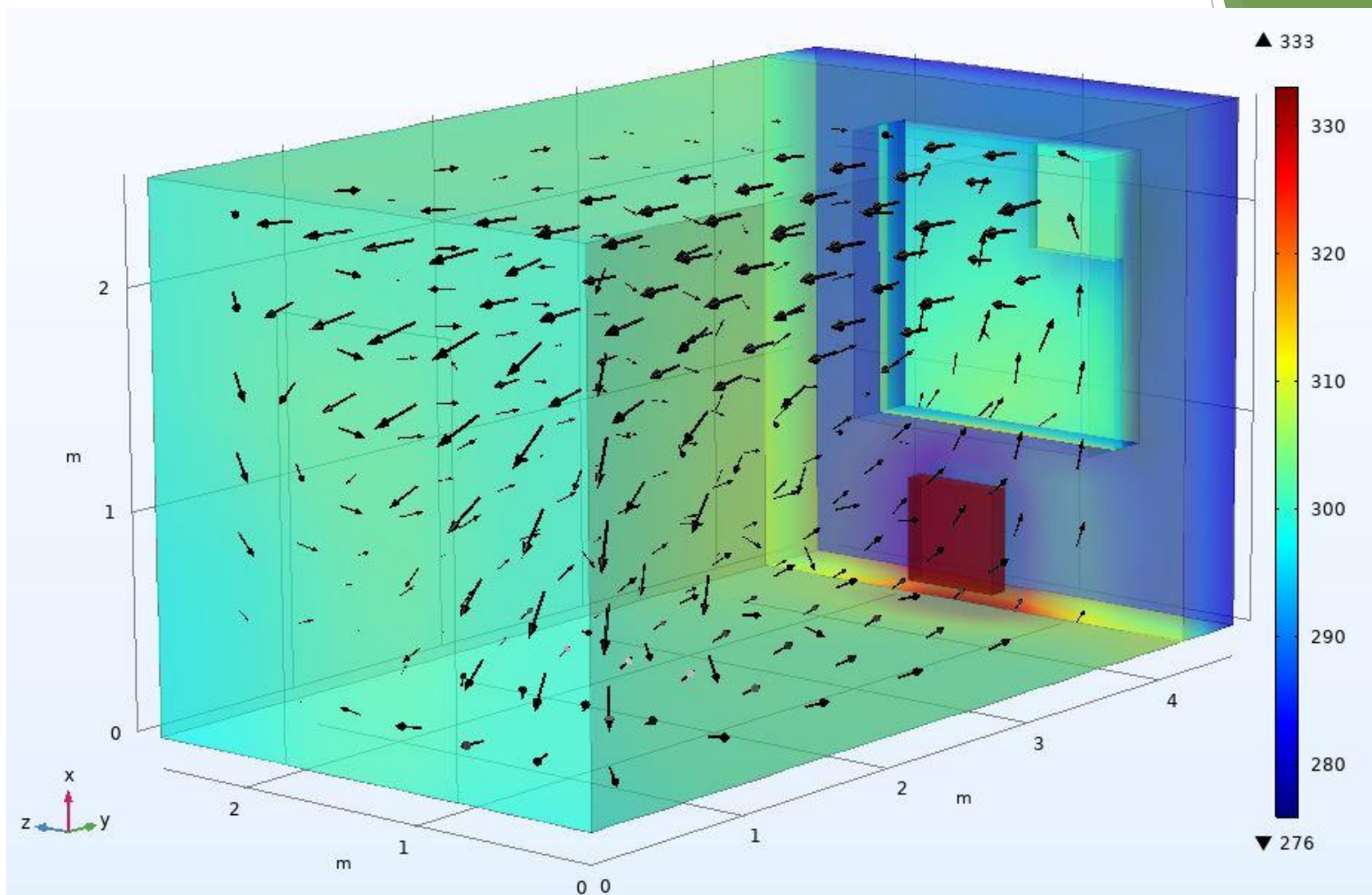


15 м/с, 40 Ватт



Лінії току

3-D МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМ ОПАЛЕННЯ ТА ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧИХ ТЕХНОЛОГІЙ



Розподіл температури

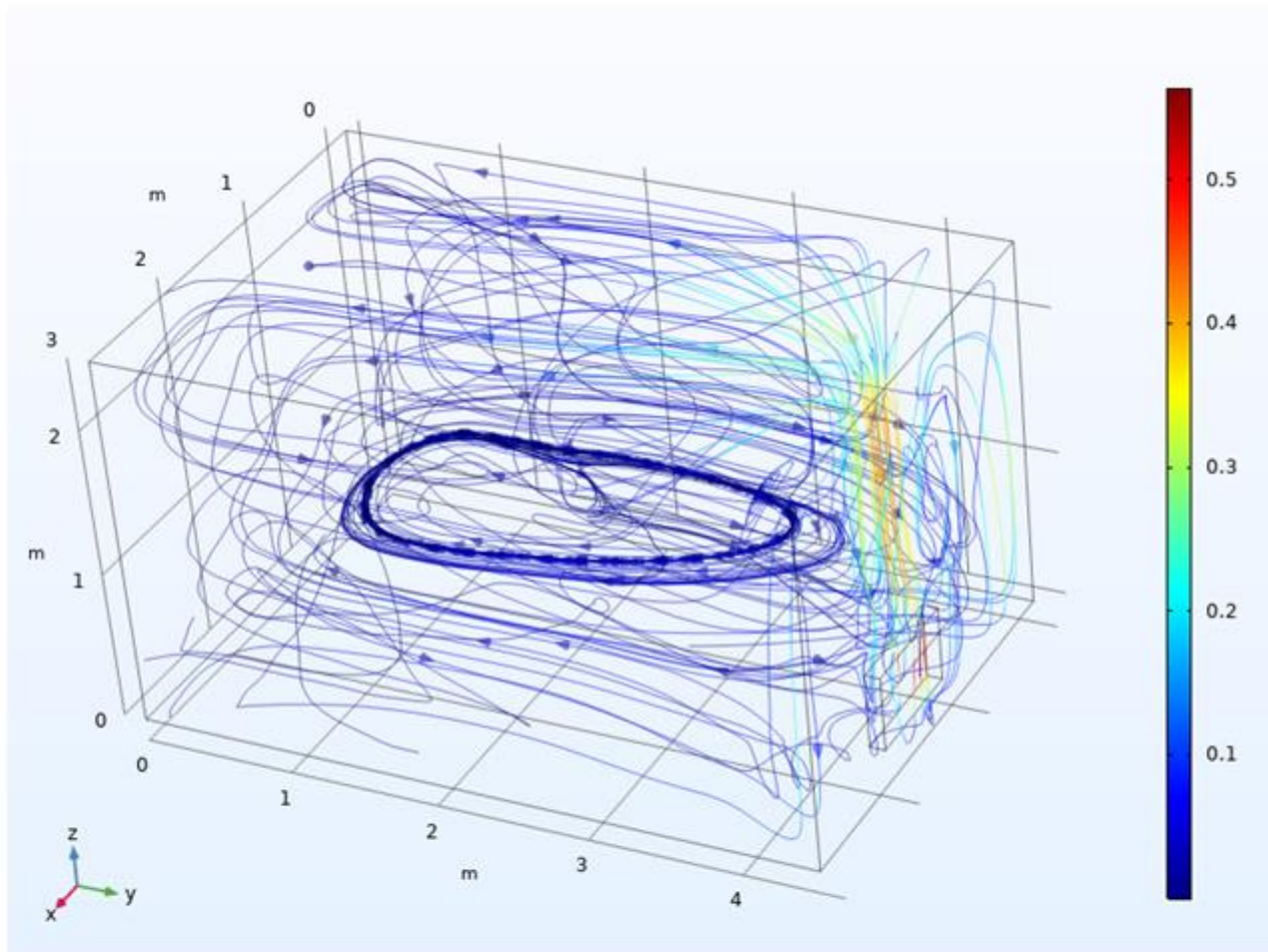
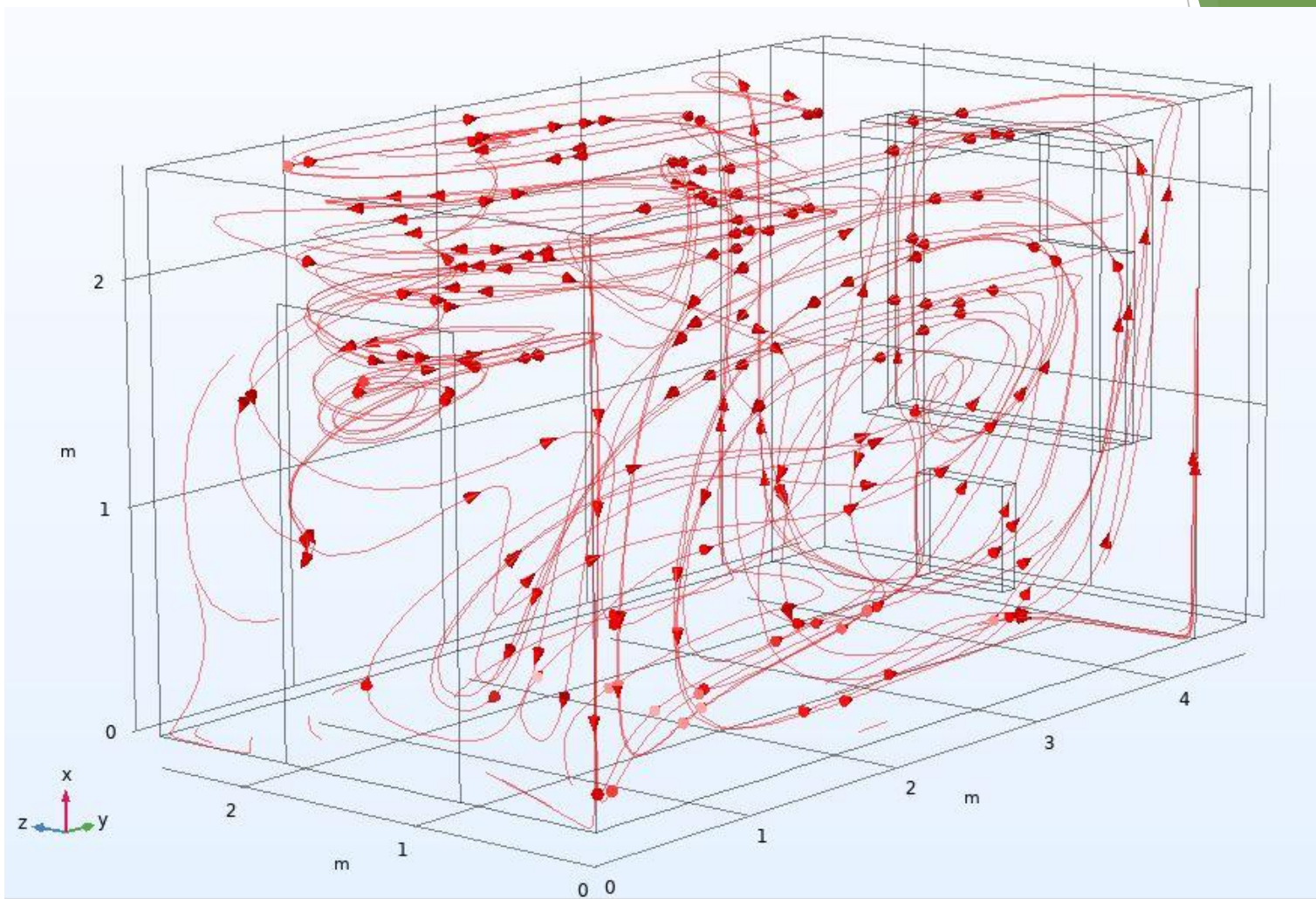


Рисунок 3.17 – Лінії току конвективного руху повітря

3-D МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМ ОПАЛЕННЯ ТА ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧИХ ТЕХНОЛОГІЙ



Лінії току конвективного перемішування

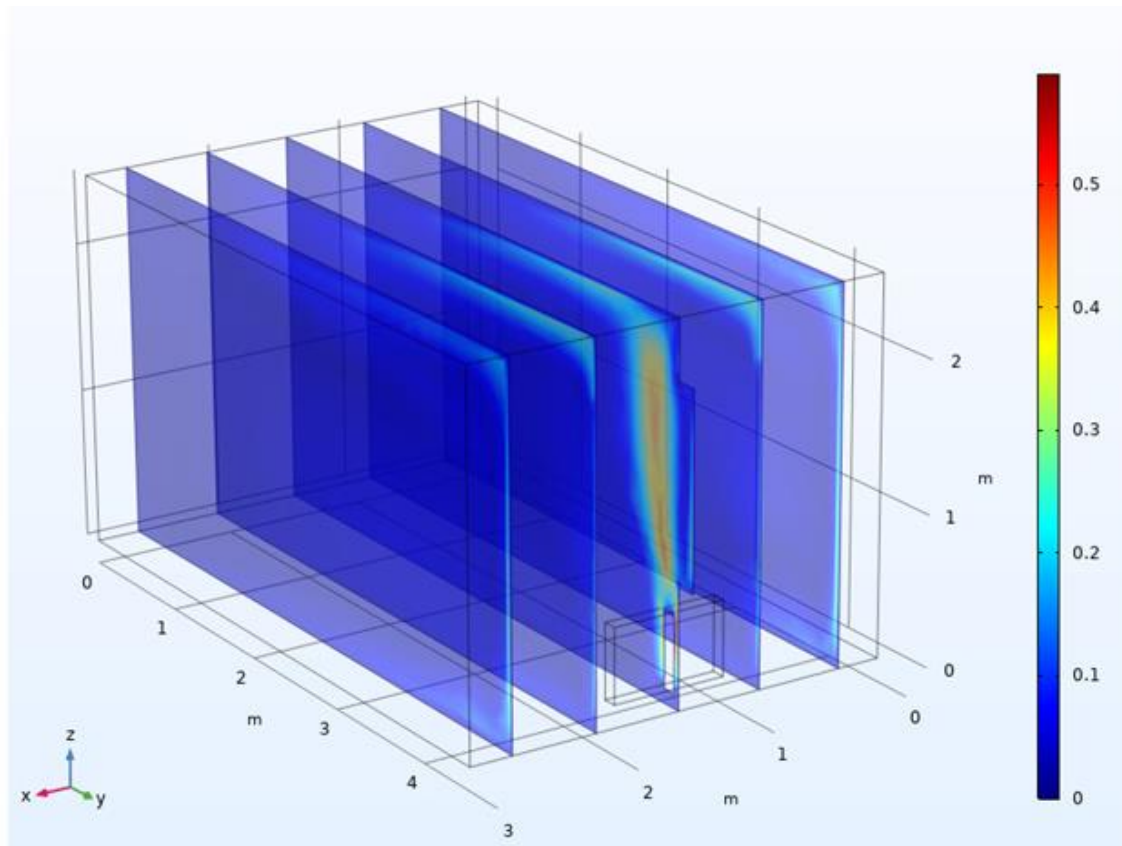
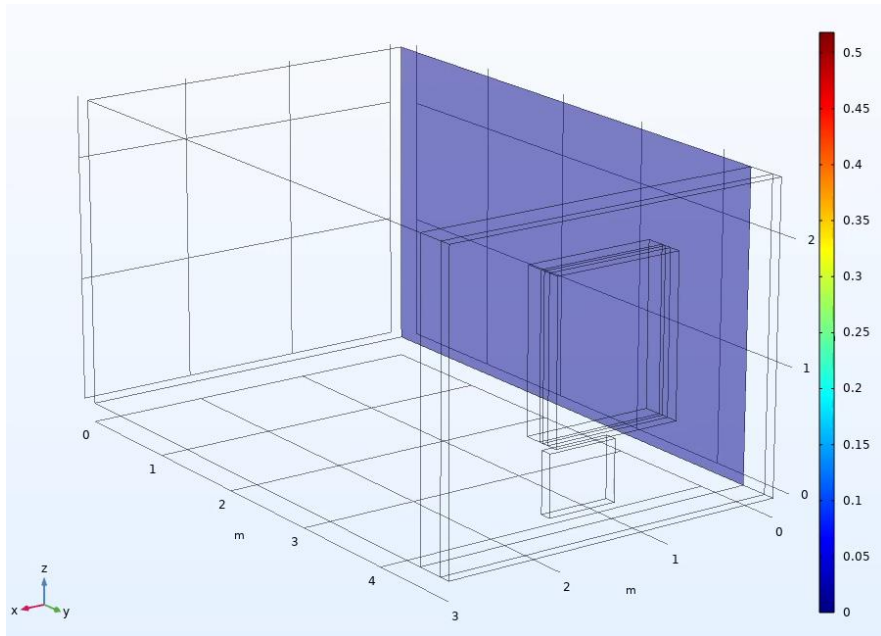
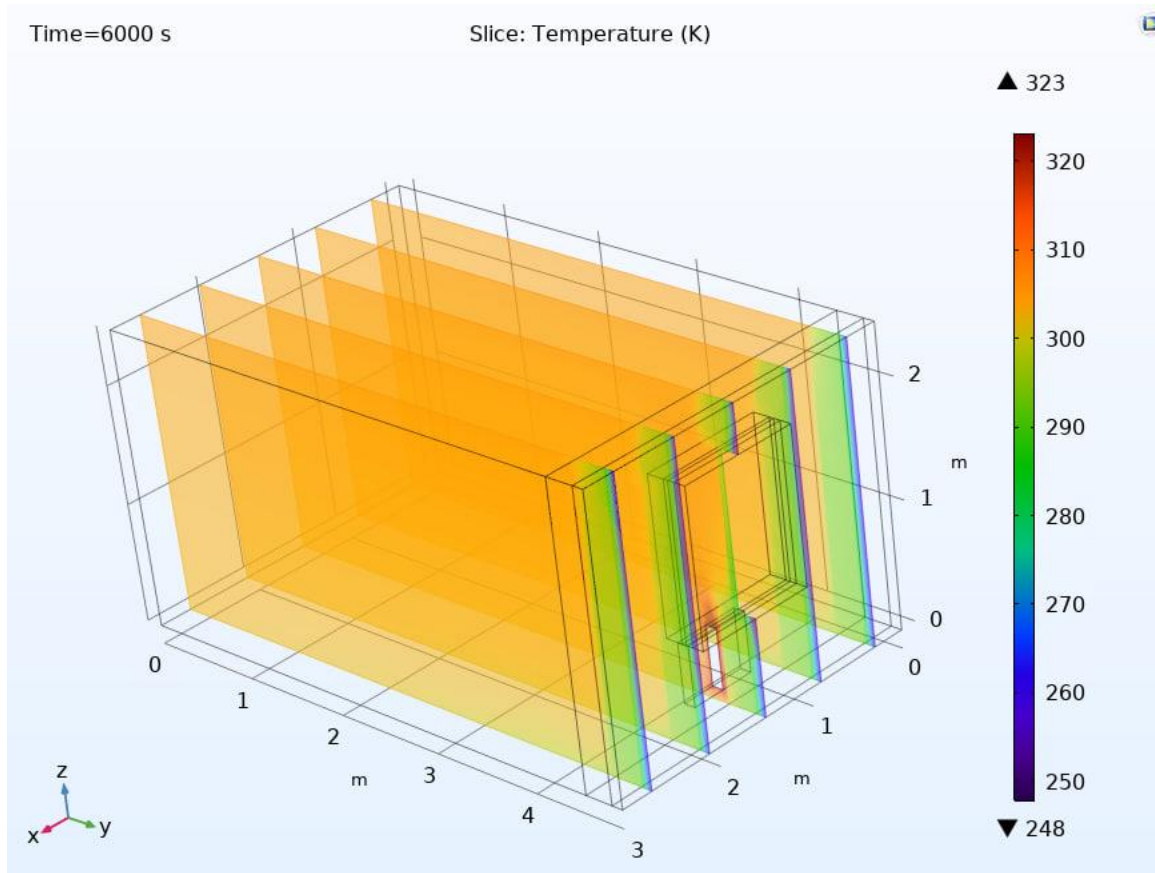


Рисунок 3.16 – Розподіл швидкостей конвективних потоків в вертикальних перерізах

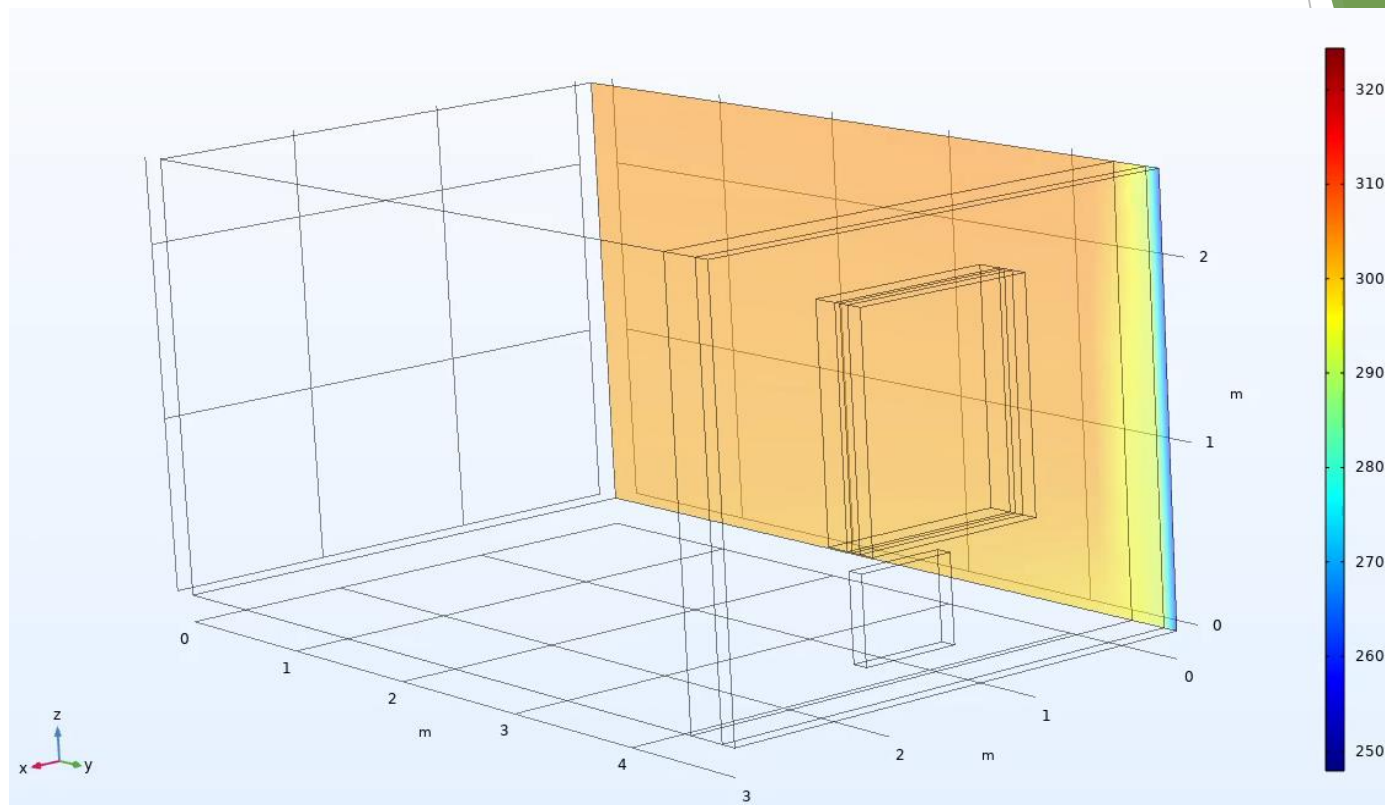
Розподіл швидкостей конвективних потоків



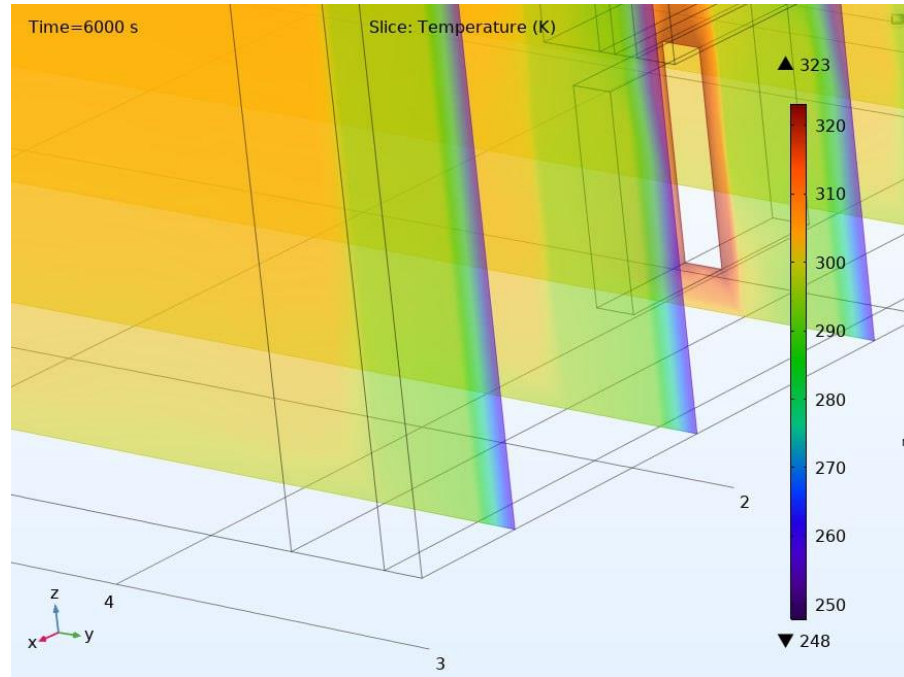
Розподіл температури



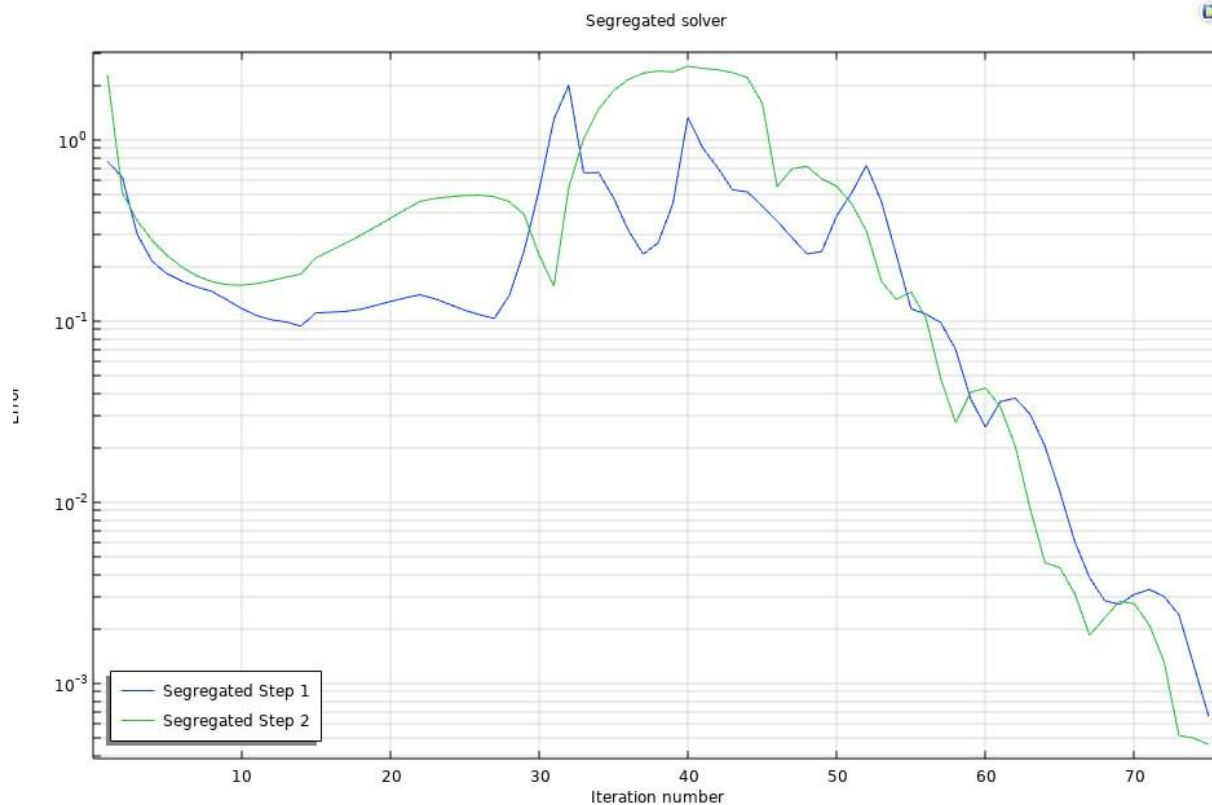
Розподіл температури



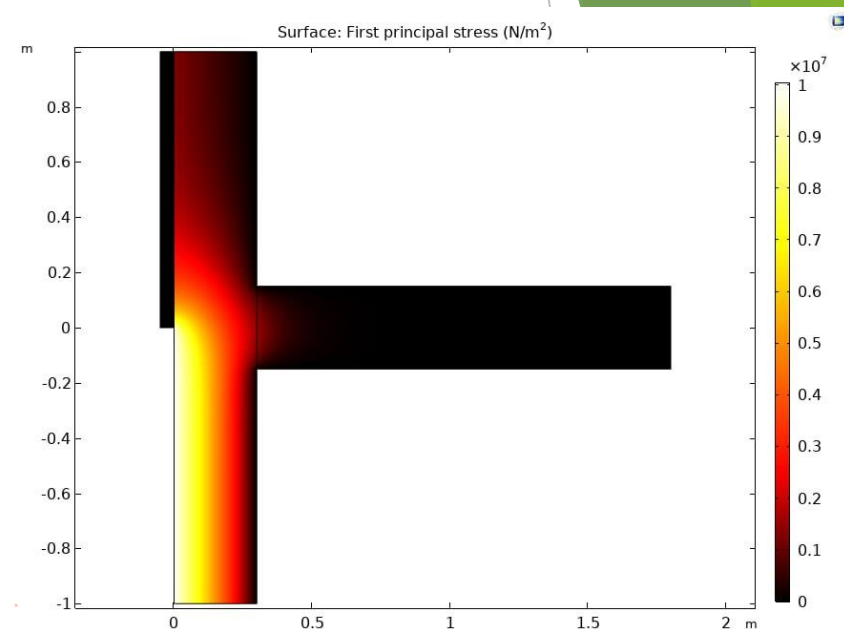
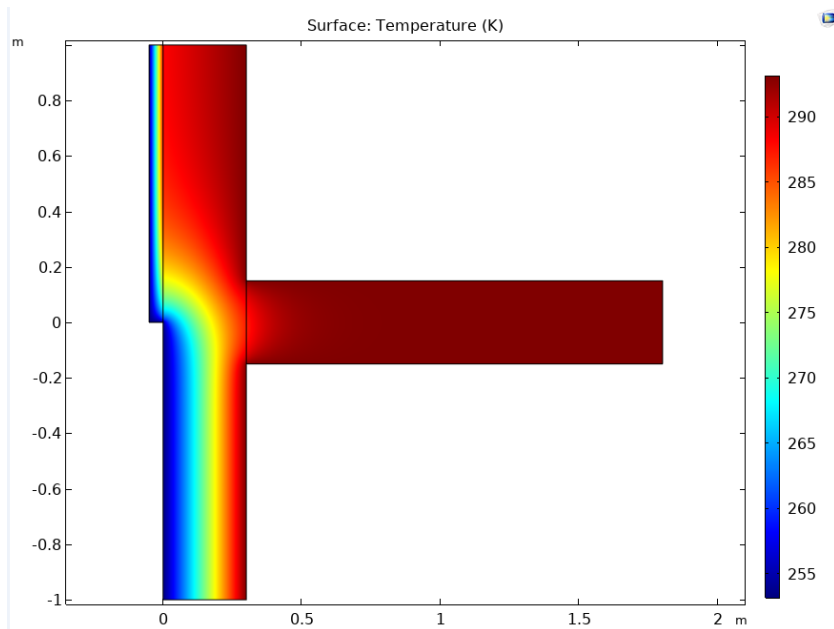
Перепад температури в ізоляції

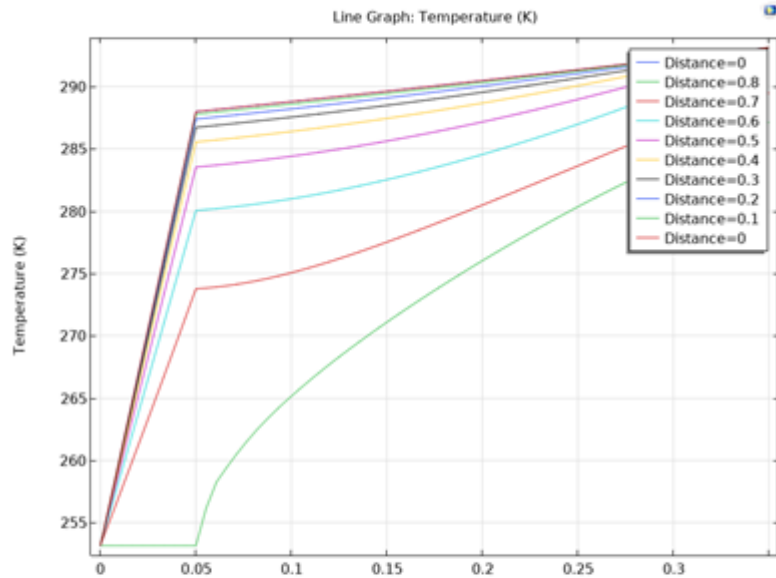


Збіжність ітераційного процесу

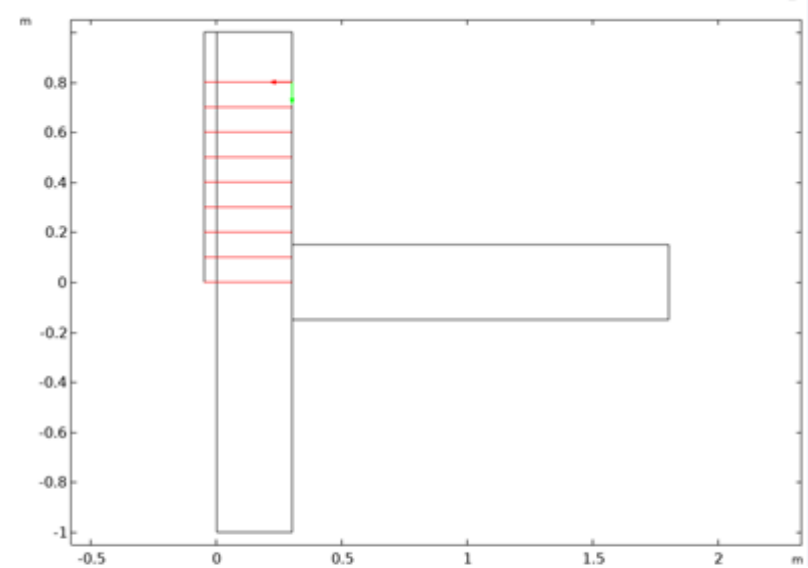


Розподіл температури та термічної напруги на границі теплоізовованої і неізовованої стіни





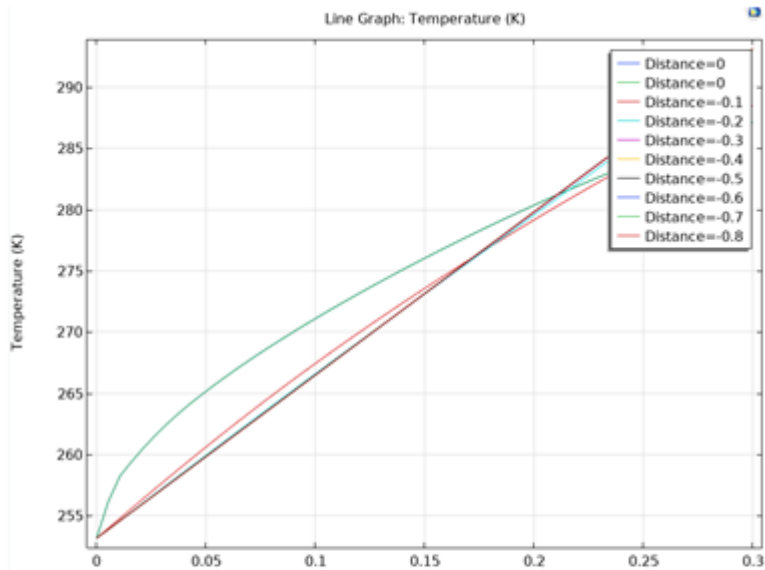
а)



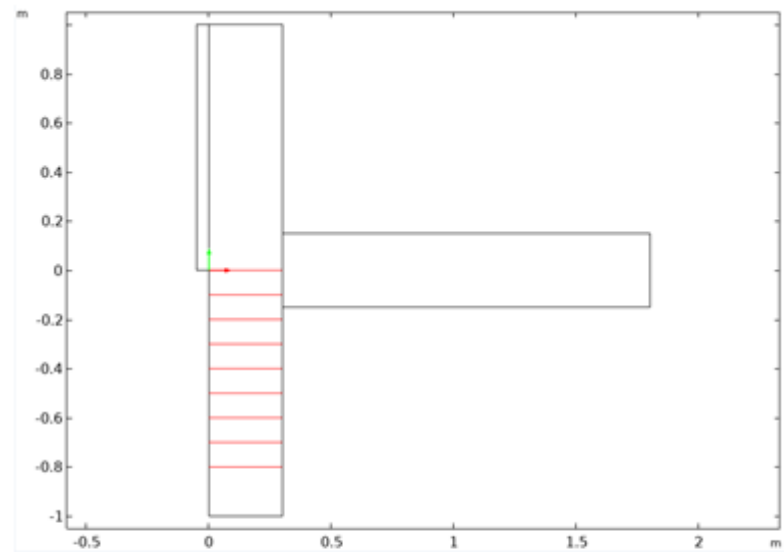
б)

а) профілі температури; б) перерізи, в яких визначається температура

Рисунок 3.20 – Температурні профілі в перерізах стіни з ізоляцією



а)

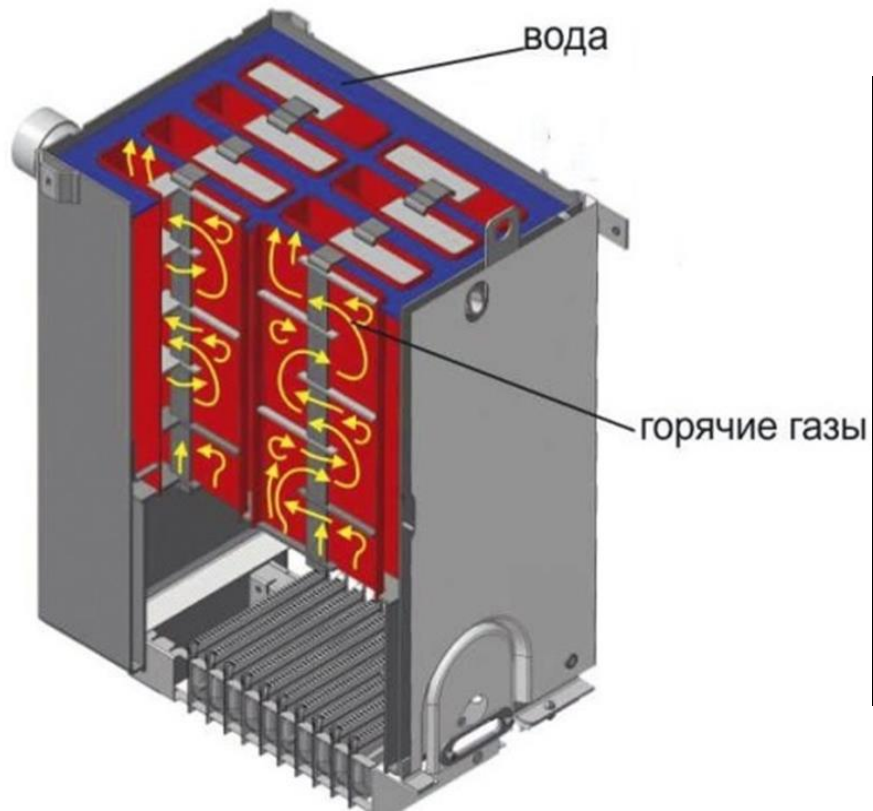


б)

а) профілі температури; б) перерізи, в яких визначається температура

Рисунок 3.21 – Температурні профілі в перерізах стіни без ізоляції

Конструкції котлів



Котел з призматичними теплообмінниками



Котел з циліндричними теплообмінниками

Робоче вікно COMSOL

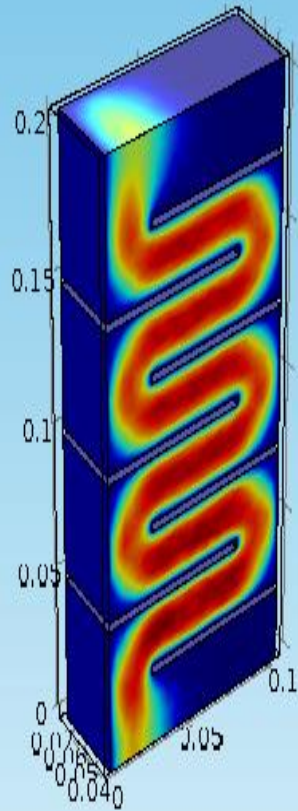
The screenshot displays the COMSOL Multiphysics software interface. The title bar reads "FULnz_5.mph - COMSOL Multiphysics". The main window is divided into several sections:

- Model Builder:** Shows a hierarchical tree of the model. The "Velocity (spf)" result is selected, with "Surface 1" highlighted under the "Derived Values" section.
- Settings:** The "Surface" settings for "Surface 1" are visible. The "Expression" is set to "spf.U" with units of "m/s". The "Coloring and Style" section shows "Coloring" set to "Color table" and "Color table" set to "Rainbow".
- Graphics:** The main plot area shows a 3D visualization of the velocity field. The plot is titled "Surface: Velocity magnitude (m/s) Streamline: Velocity field". A color scale on the right ranges from 0 (blue) to 0.94 (red). The plot shows a vertical channel with flow lines and a color gradient indicating velocity magnitude.
- Messages:** The bottom status bar shows "COMSOL Multiphysics 5.4.0.295" and "Opened file: E:\zntu\Дипломы2019\Помоносов_призма\FULnz_5.mph".

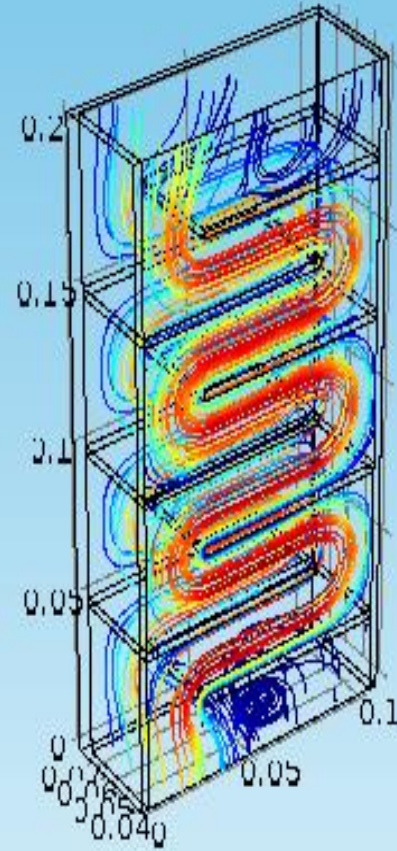
The Windows taskbar at the bottom shows the system clock as 22:47 on 09.05.2019, and the memory usage is 886 MB | 1066 MB.

Призматичний теплообмінник

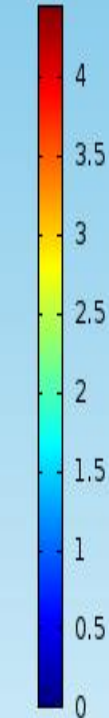
Surface: Velocity magnitude (m/s)



Streamline: Velocity field

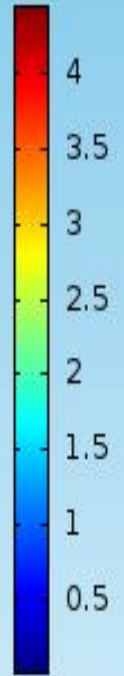


▲ 4.45



▼ 0

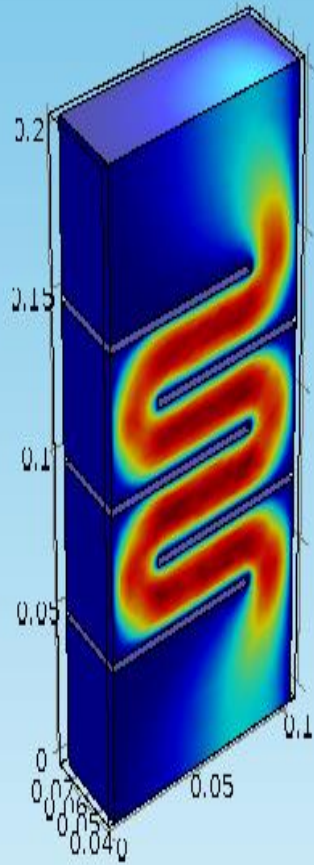
▲ 4.45



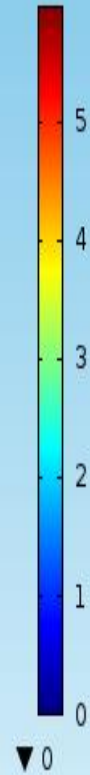
▼ 4.35×10^{-8}

Призматичний теплообмінник

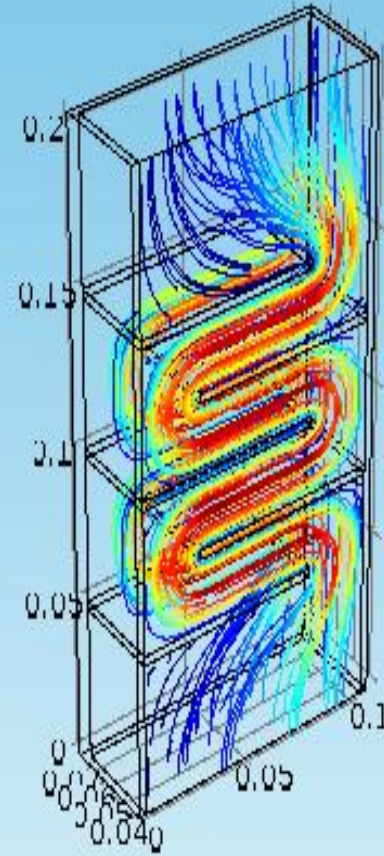
Surface: Velocity magnitude (m/s)



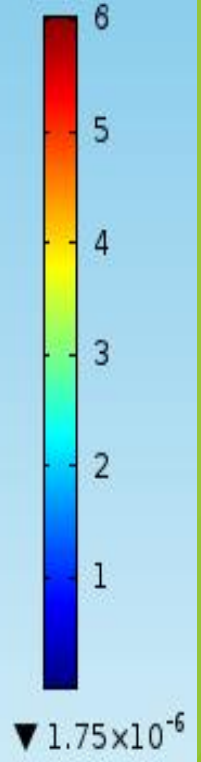
▲ 5.98



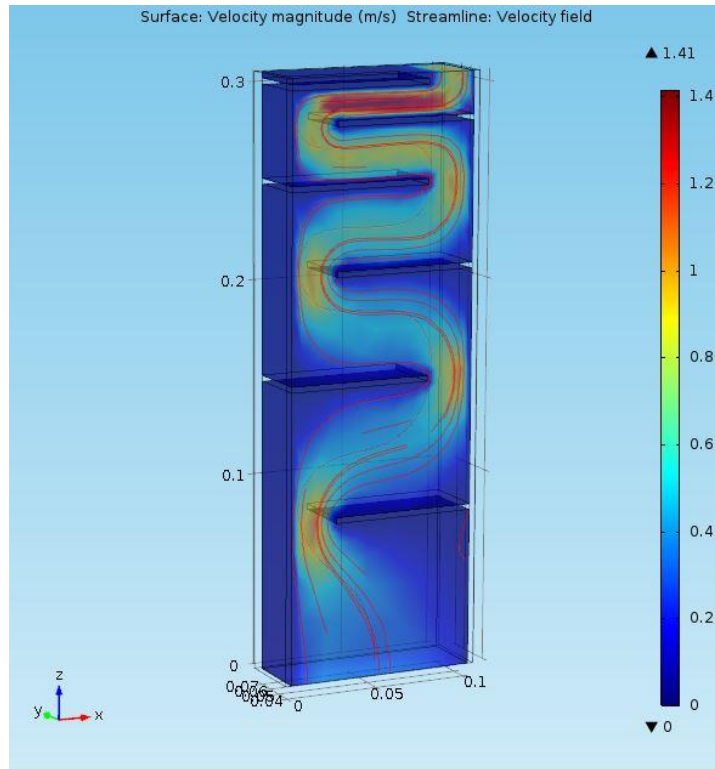
Streamline: Velocity field



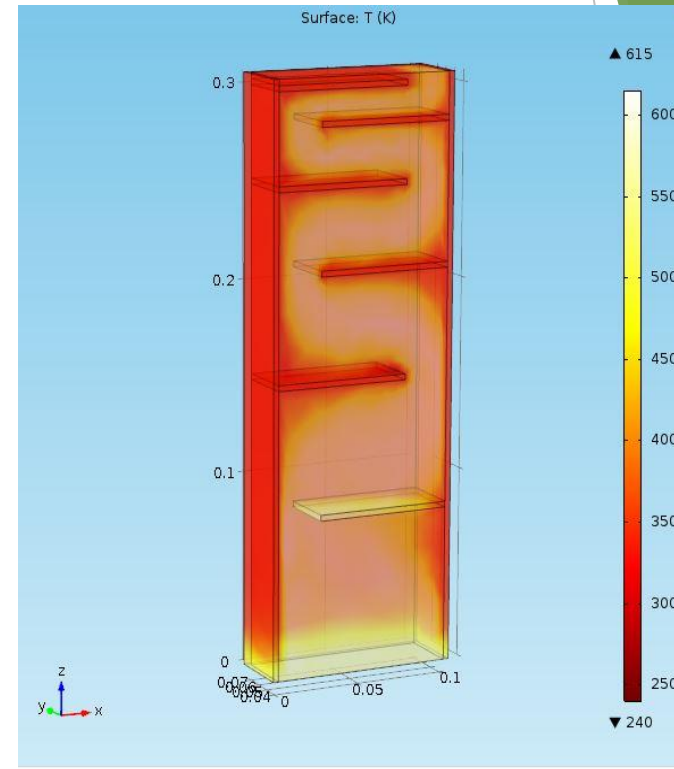
▲ 6.02



Теплообмінник з нерівномірним кроком вставок

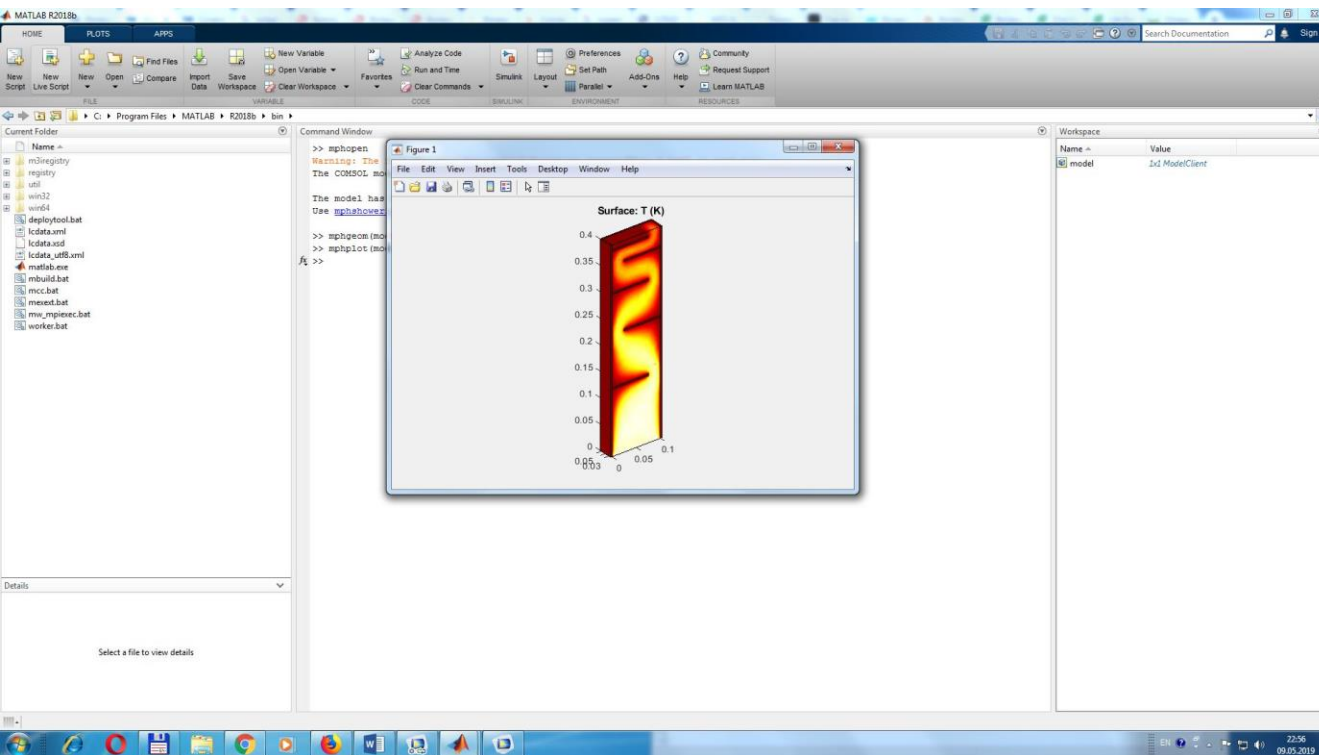


Розподіл швидкостей



Розподіл температури

Імпорт и обробка результатів в MATLAB



Інтегральні характеристики

$$q = \iint_S W ds \text{ - витрата газоповітряної суміші}$$

де

W - вертикальна складова швидкості, м/с;
 S - площа перерізу, м²

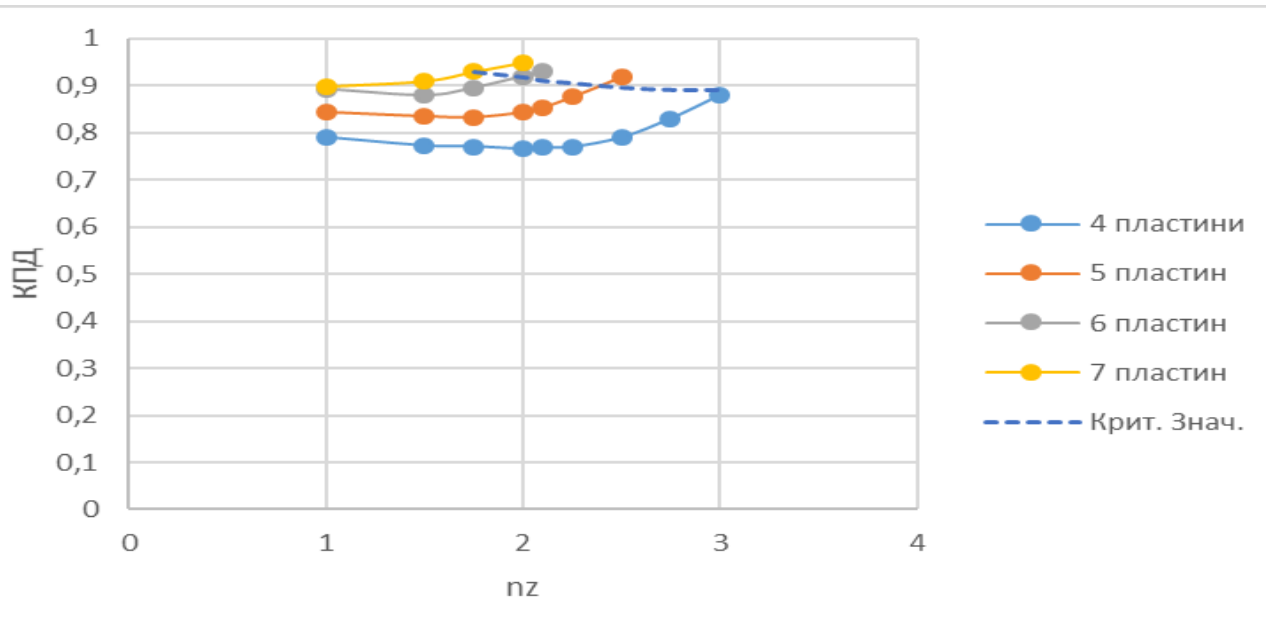
$$Q = \rho c_p \iint_S WT ds \text{ тепловий потік}$$

де

ρ - щільність, кг/м³;
 c_p - теплоємність, Дж/(кг*град);
 T - температура, К.

$$\text{ККД} = \frac{Q_{\text{ВХ}} - Q_{\text{ВИХ}}}{Q_{\text{ВХ}}}$$

Залежність ККД від кількості пластин і показника nz (нерівномірний крок)



$$Z_i = H * [1 - (i / (kpl + 1))^{nz}]$$

где H – висота теплообмінника, м;

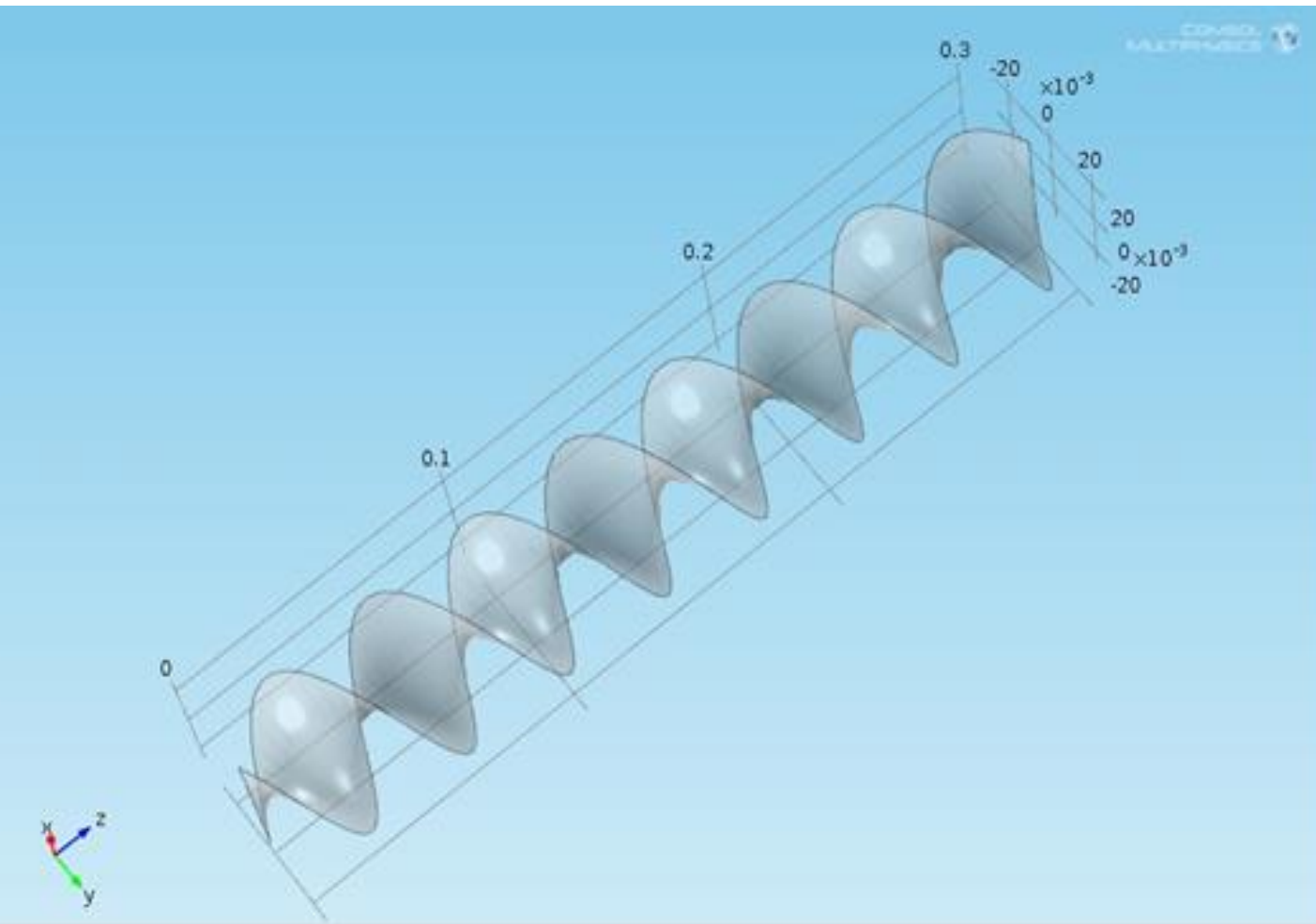
Z_i – висота встановлення i -ї пластини;

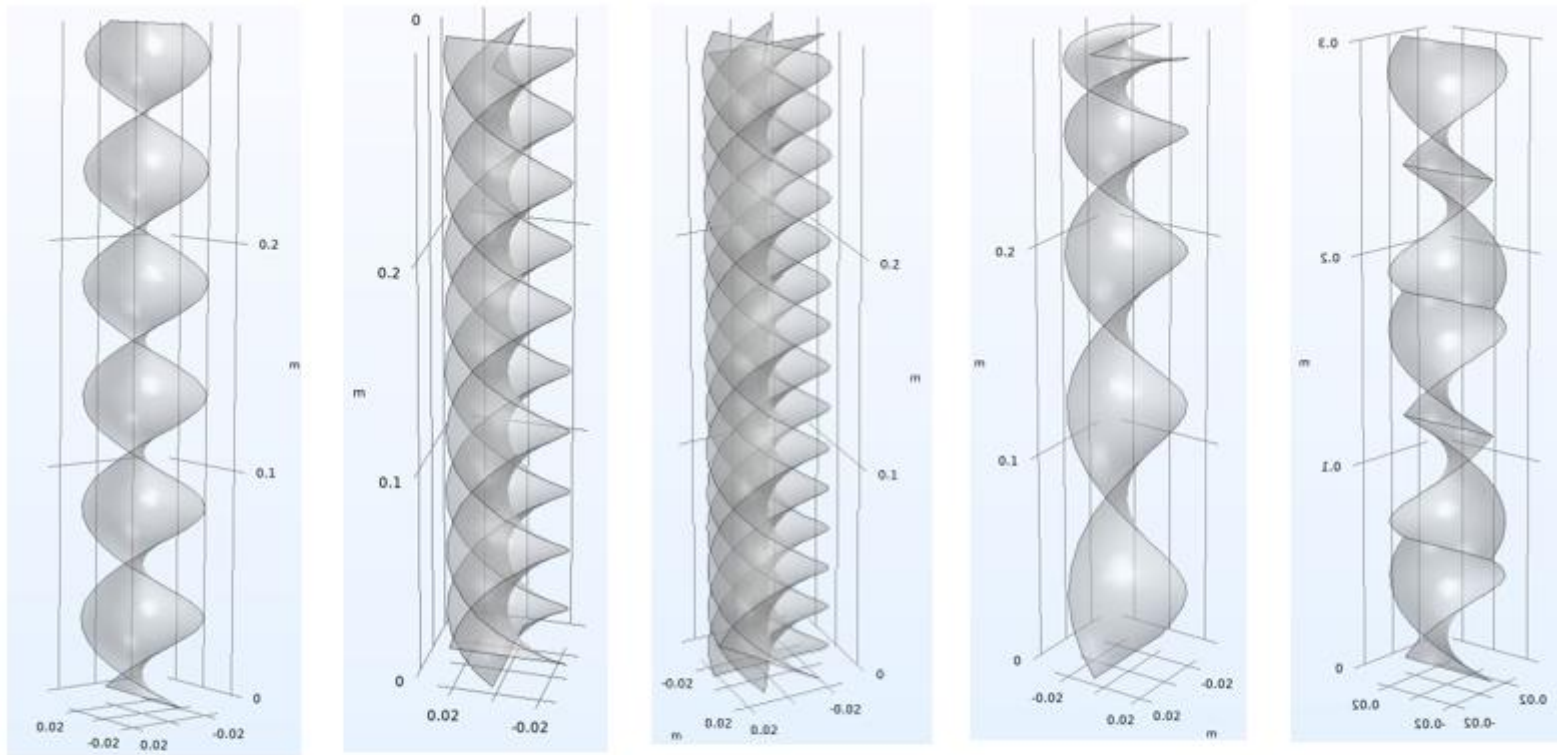
i – номер пластини;

kpl – кількість пластин;

nz – степеневий показник.

Циліндричні турбулізатори з гвинтоподібними вставками





а)

б)

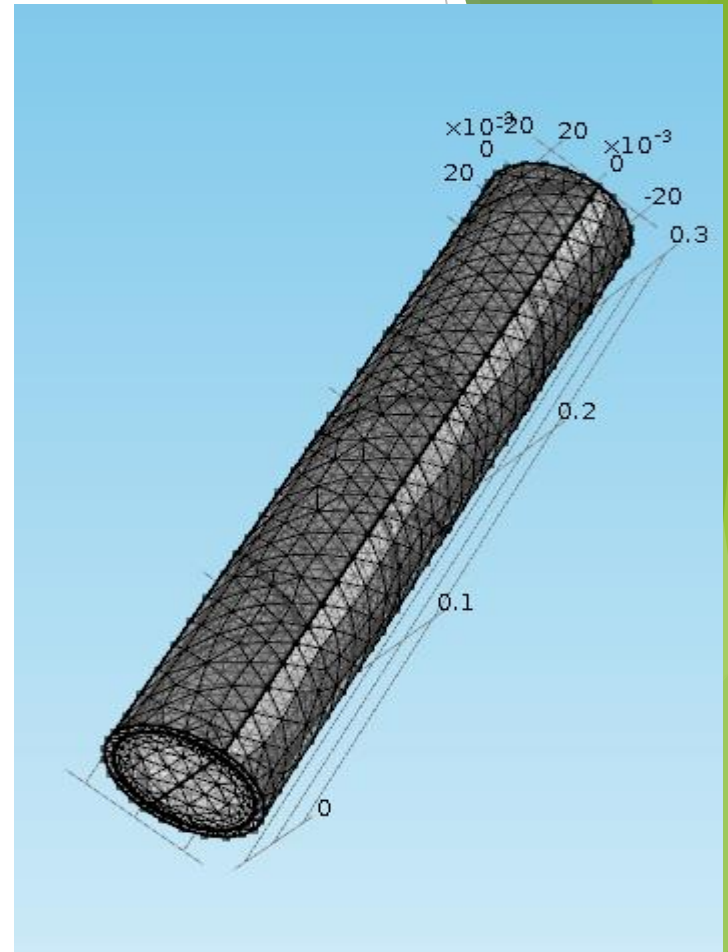
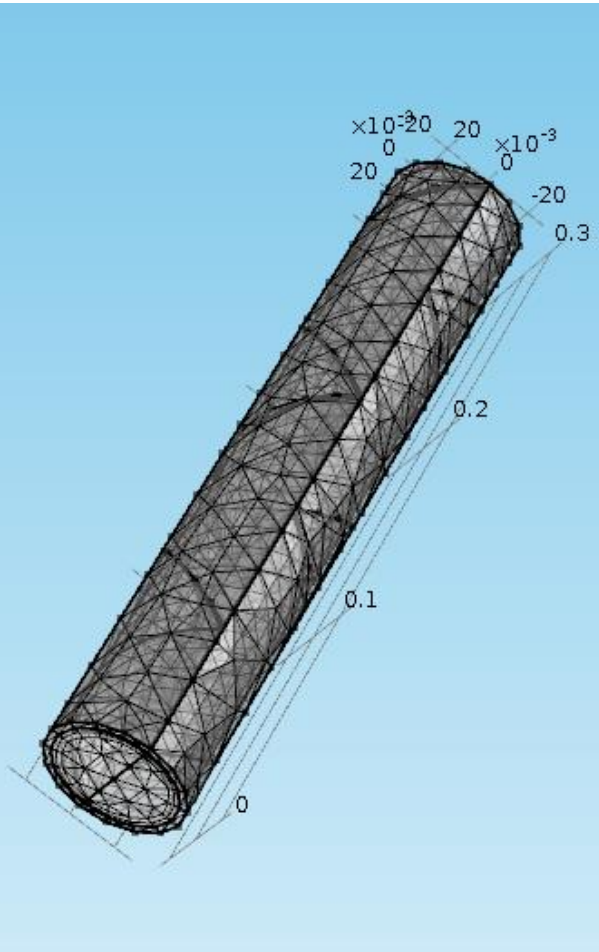
в)

г)

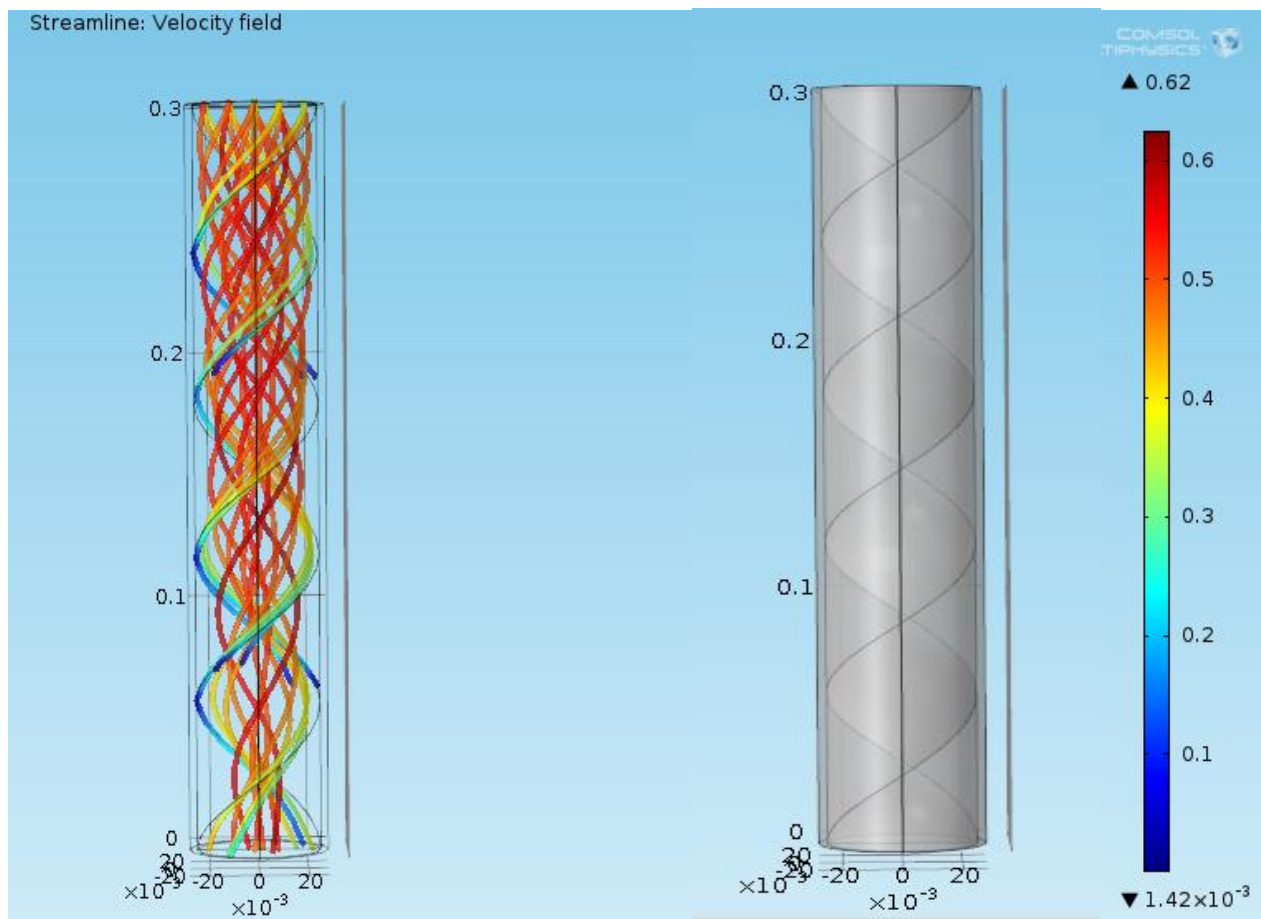
д)

Рис. 1. Турбулізатори з різною геометрією: а) скручена стрічка; б) подвійна скручена стрічка; в) потрійна скручена стрічка; г) стрічка зі змінним кроком закрутки; д) фрагментована стрічка з різноспрямованою закруткою.

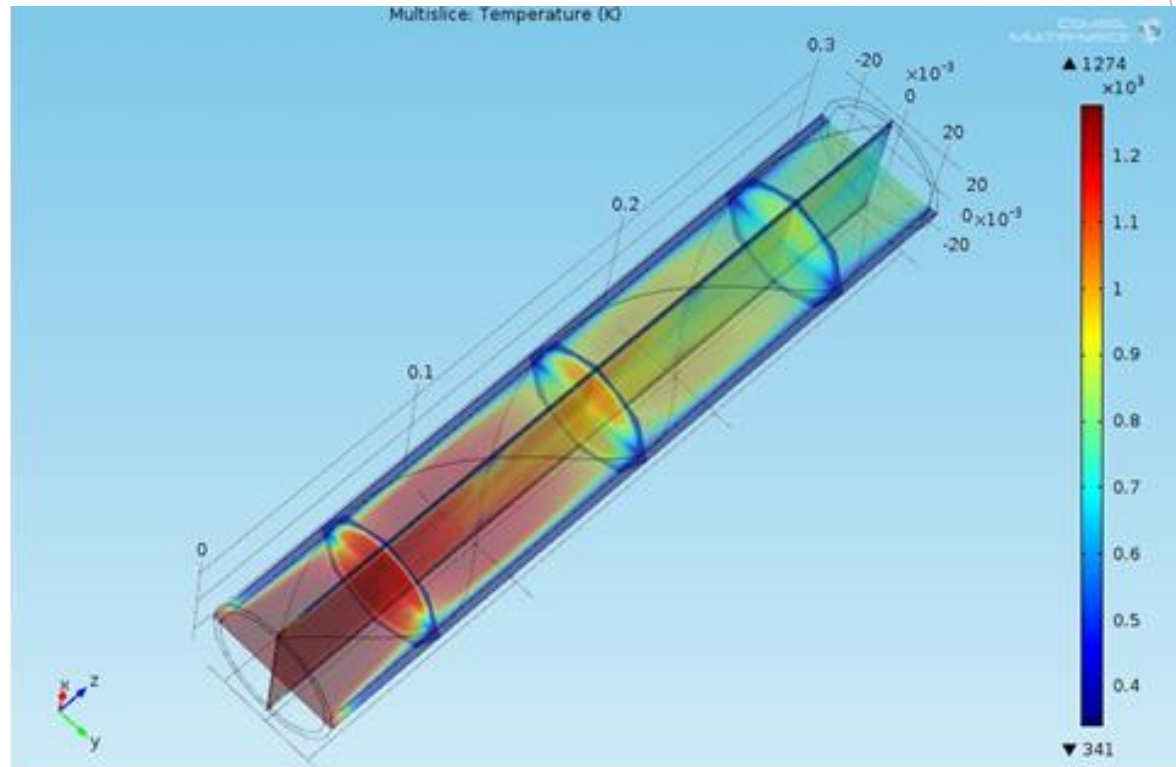
Розбивка розрахункової області з різним рівнем деталізації



Розподіл швидкостей та лінії току

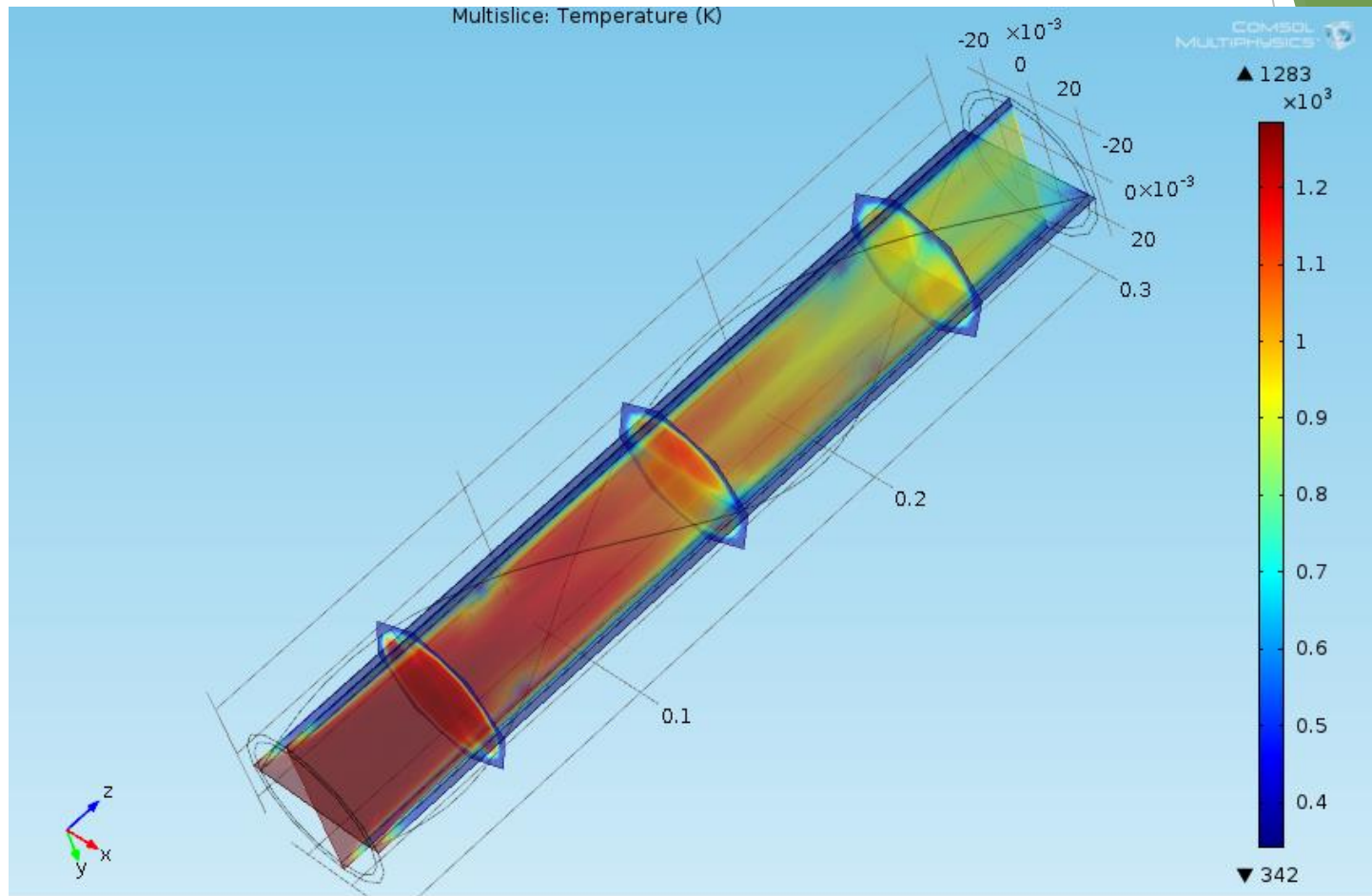


Розподіл температури



Турбулізатор з трьома витками

Розподіл температури



Турбулізатор з двома витками

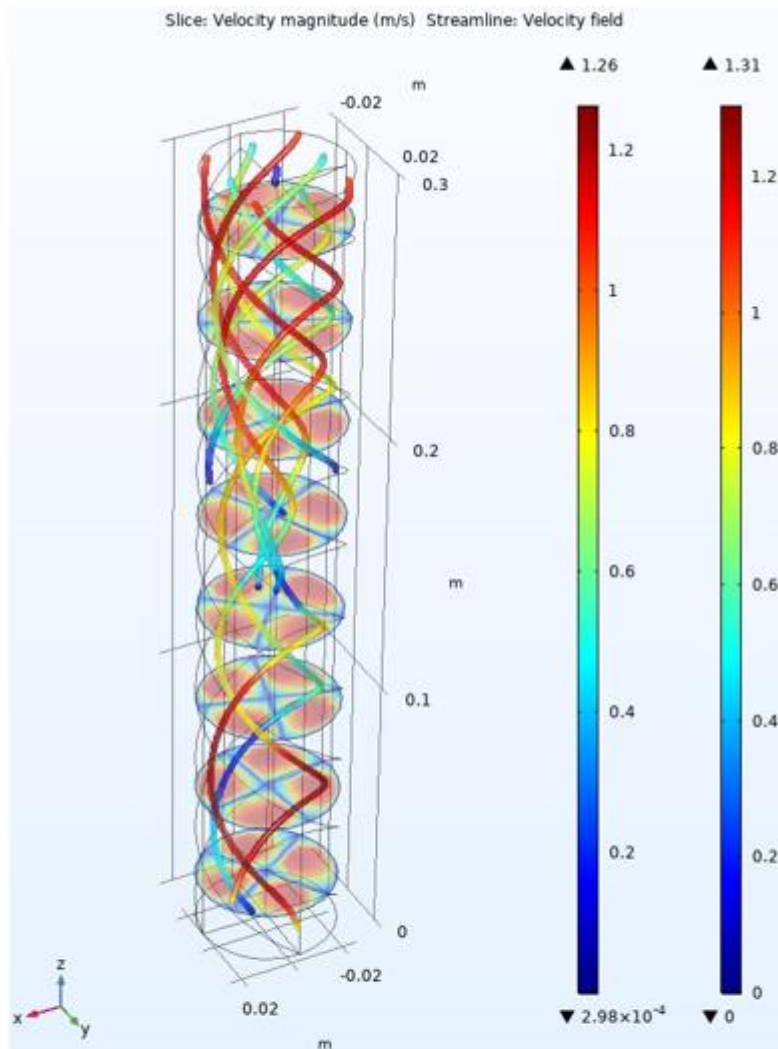


Рис. 4. Лінії току та розподіл швидкостей в поперечних перерізах теплообмінника з подвійною стрічкою

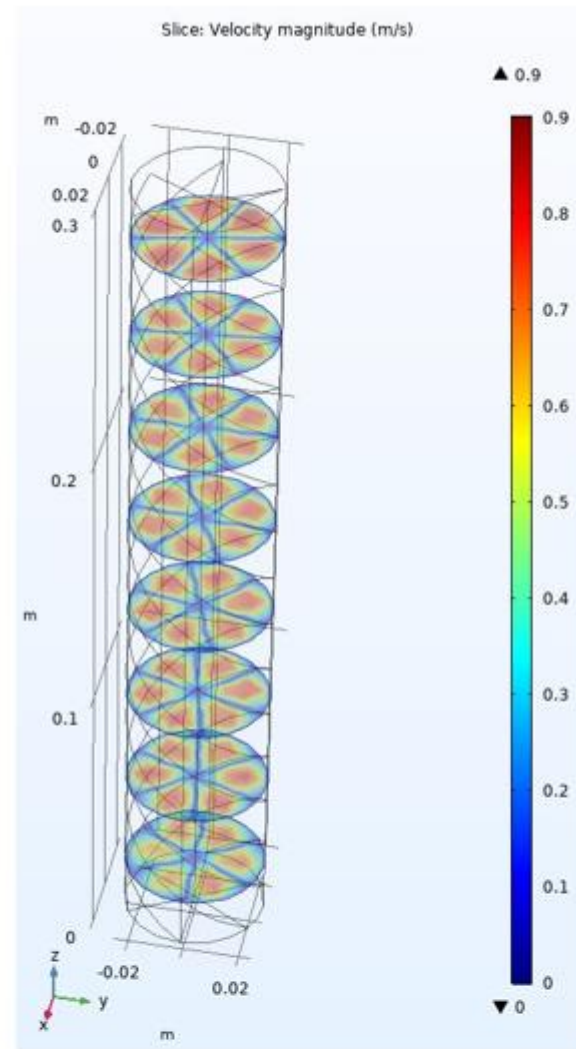


Рис. 5. Розподіл швидкостей в поперечних перерізах теплообмінника з потрійною стрічкою

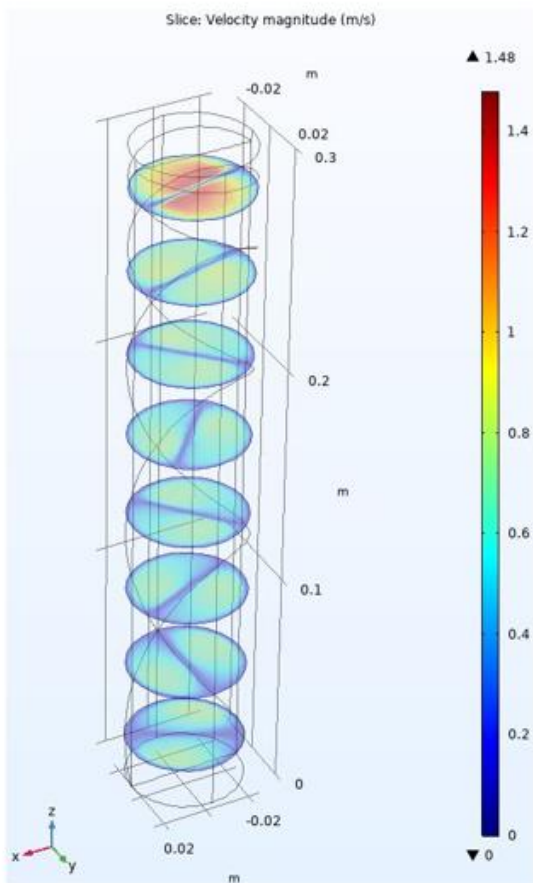


Рис. 6. Розподіл швидкостей в поперечних перерізах теплообмінника зі стрічкою з нерівномірним кроком закрутки.

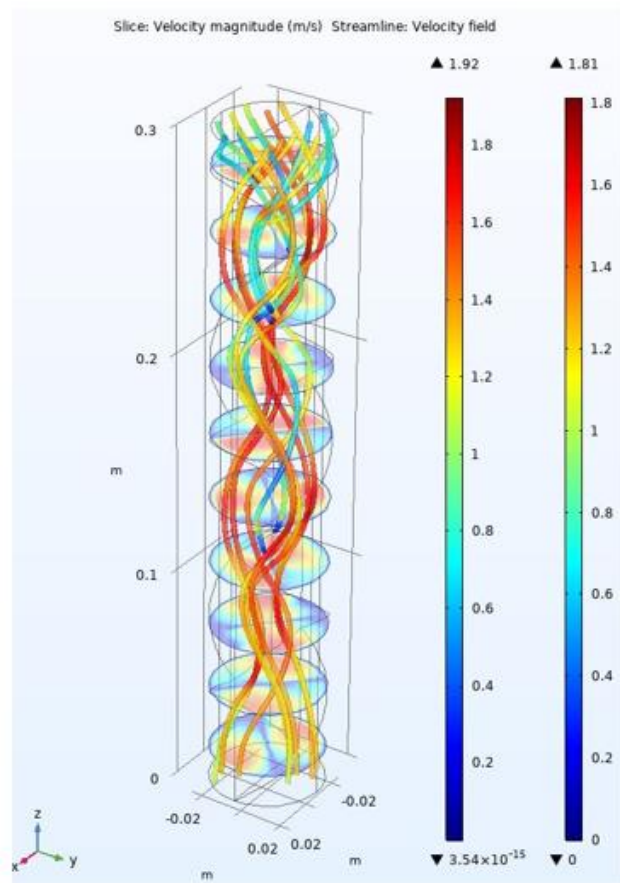
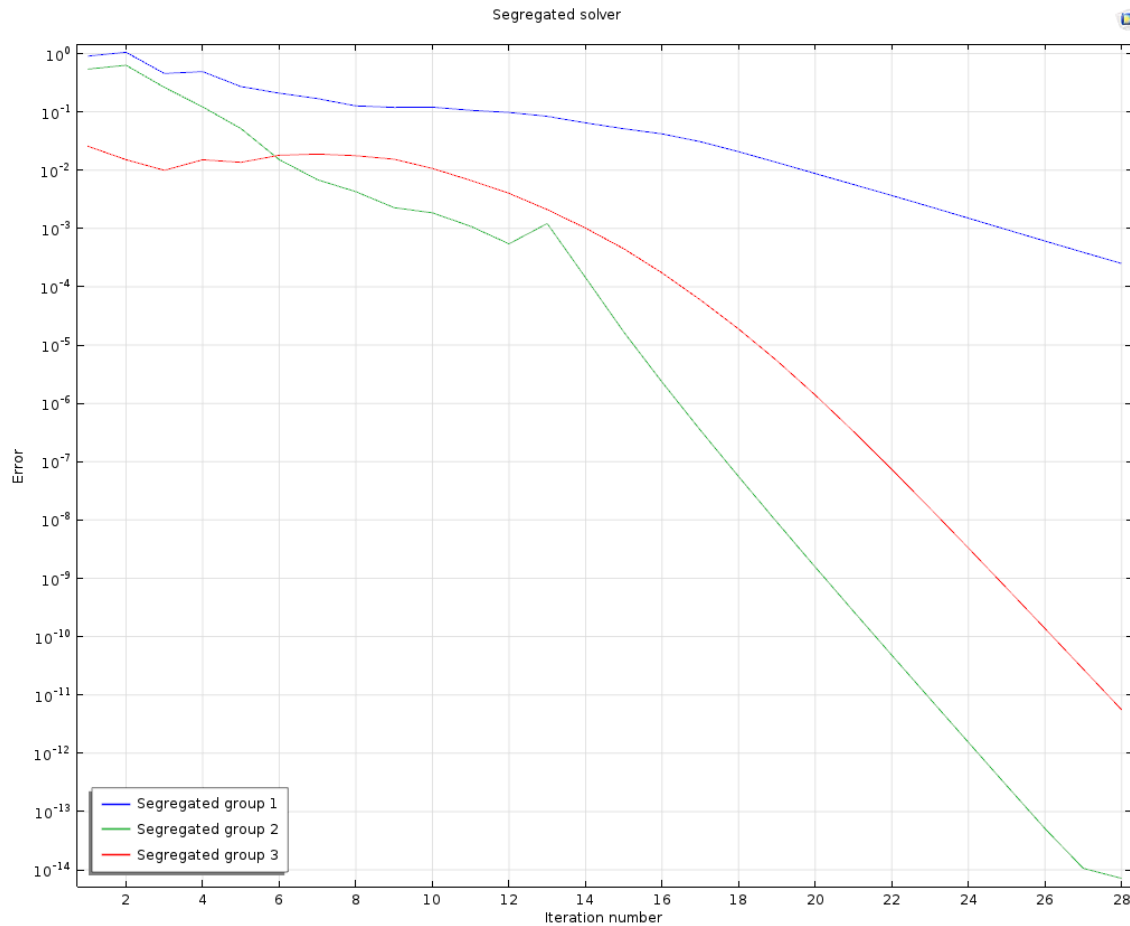


Рис. 7. Лінії току та розподіл швидкостей в поперечних перерізах теплообмінника зі стрічкою з різноспрямованою закруткою

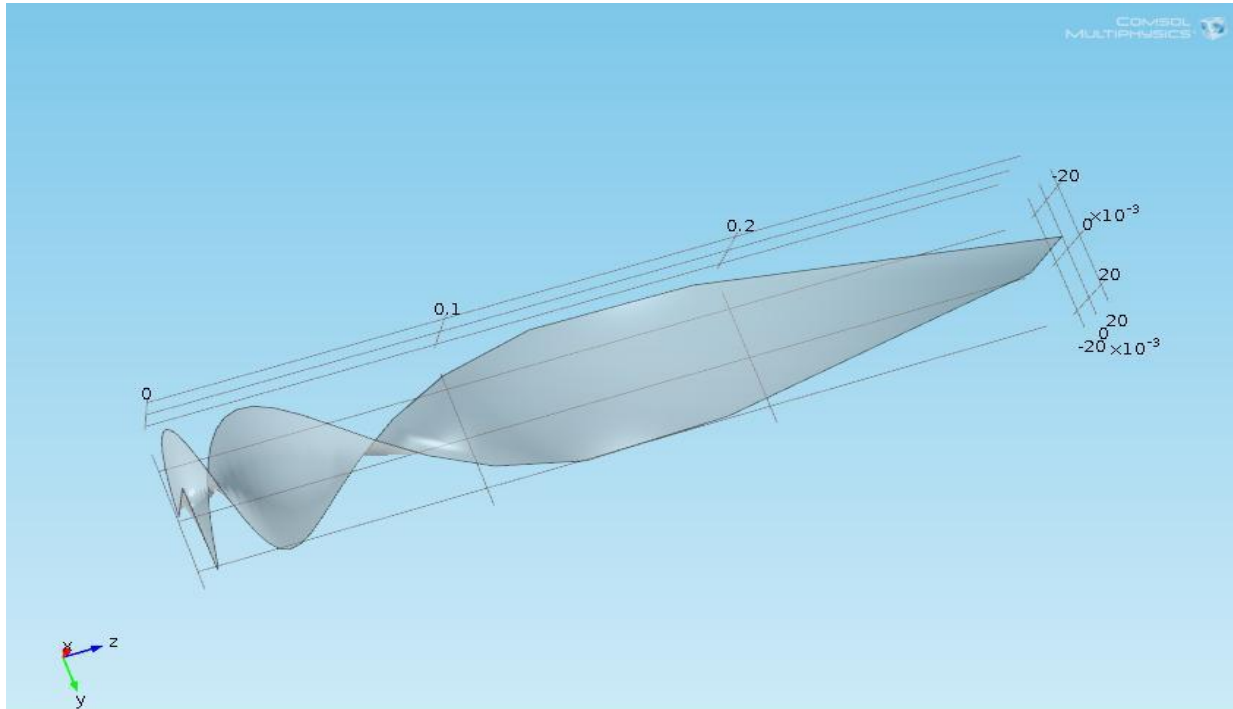
Графіки збіжності ітераційного процесу



Витратні характеристики турбулізаторів

Тип конструкції турбулізатора	а	б	в	г	д
Витрати повітря (м ³ /с)	0,0019	0,00127	0,0011	0,00872	0,00154

Турбулізатор с нерівномірним кроком витків



$$\begin{cases} x = s1 * \cos(s2) \\ y = s1 * \sin(s2) \\ z = \frac{h(\exp(\frac{s2}{c}) - 1)}{(\exp(\frac{\pi k}{c}) - 1)} \end{cases}$$

c – параметр відповідає за щільність витків;
 k – кількість витків;

Параметричне рівняння поверхні турбулізатора

$$\left\{ \begin{array}{l} x = s1 * \cos(s2) - 0.001 * \sin(s2) \\ y = s1 * \sin(s2) + 0.001 * \cos(s2) \\ z = h * s2 / (\pi k) \end{array} \right.$$

$$s1 \in [0, r], \quad s2 \in [0, \pi k]$$

де

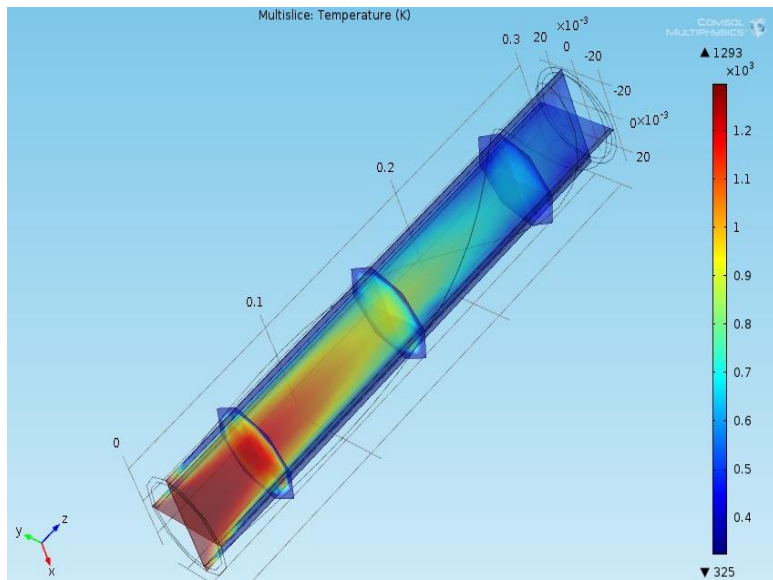
r - радіус теплообмінника, м;

h - висота теплообмінника, м;

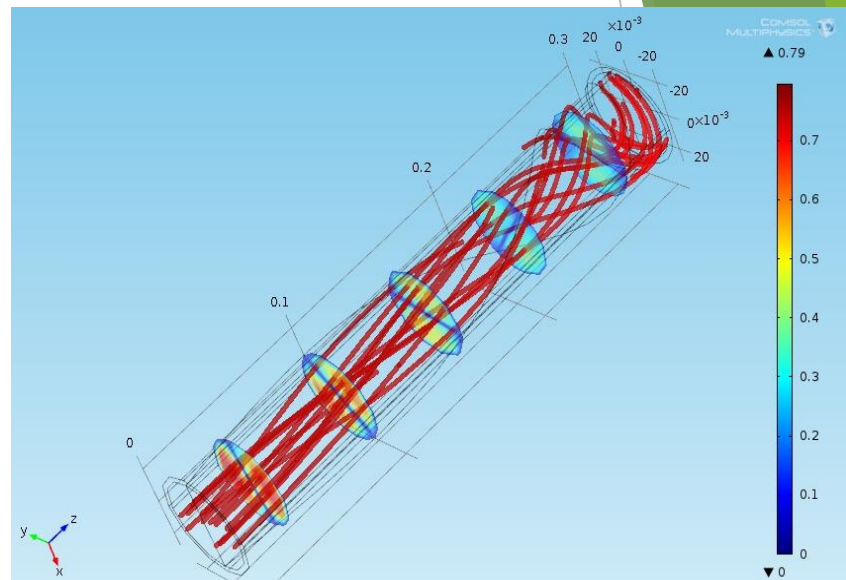
k - кількість витків

$s1$, $s2$ параметри.

Турбулізатор с нерівномірним кроком витків

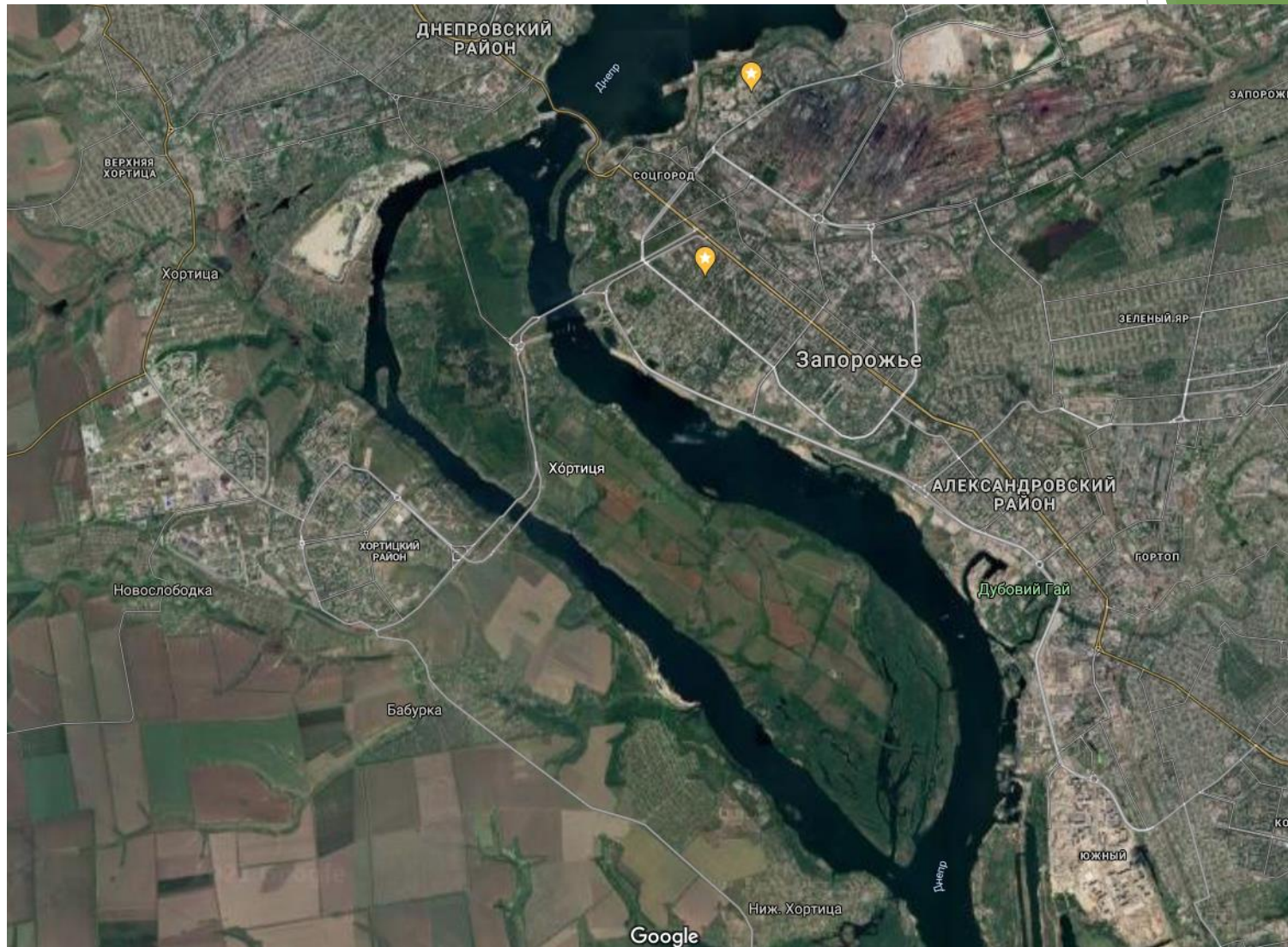


Розподіл температури

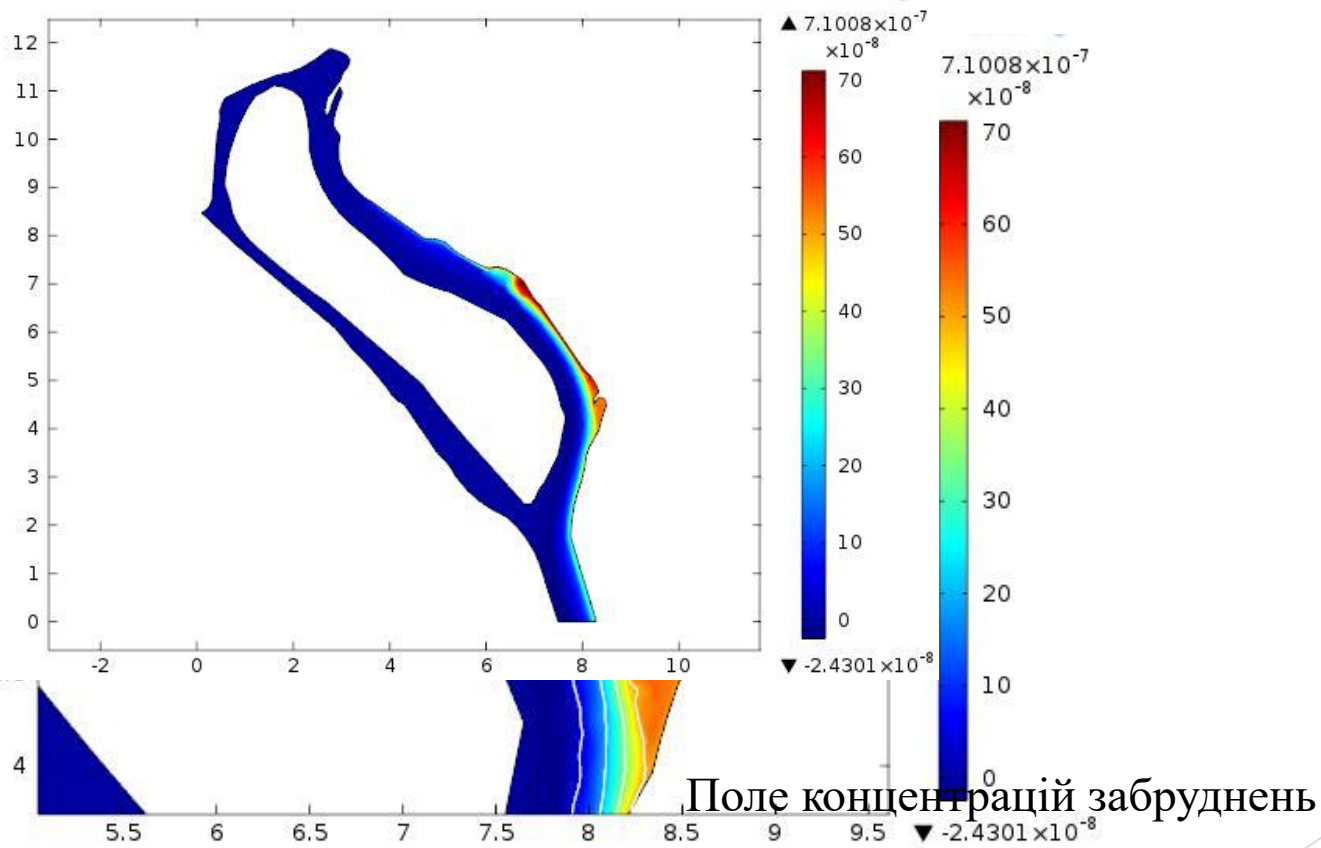


Розподіл швидкостей та лінії току

Карта Запоріжжя



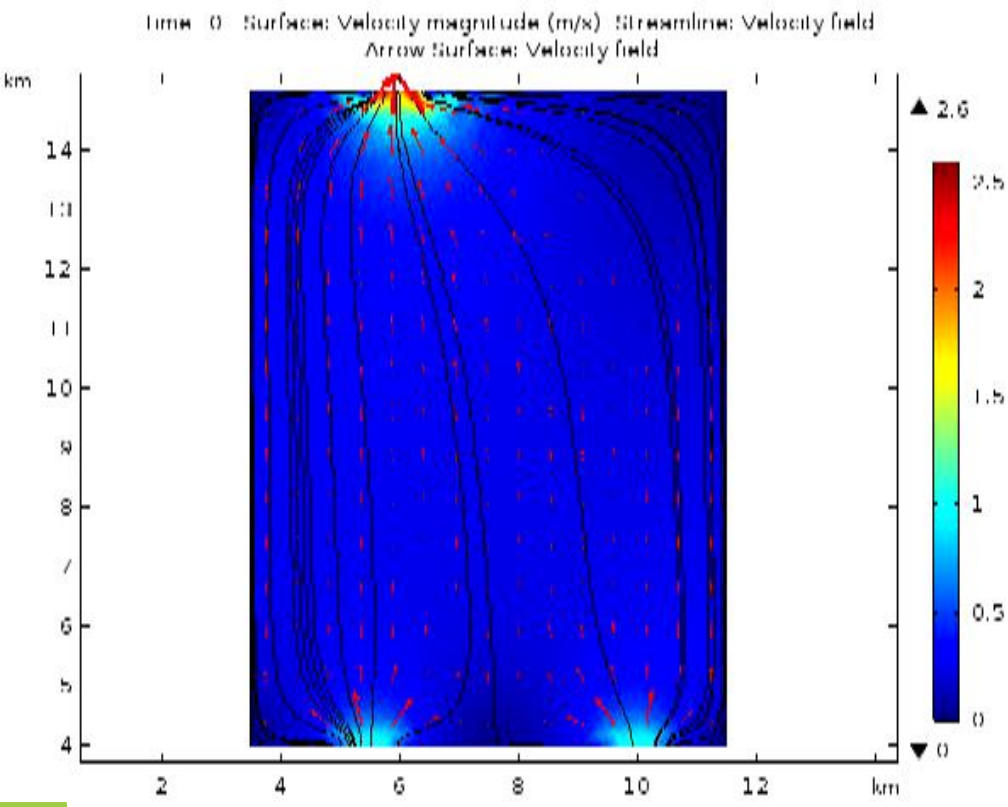
Забруднення акваторії Дніпра промисловими стоками



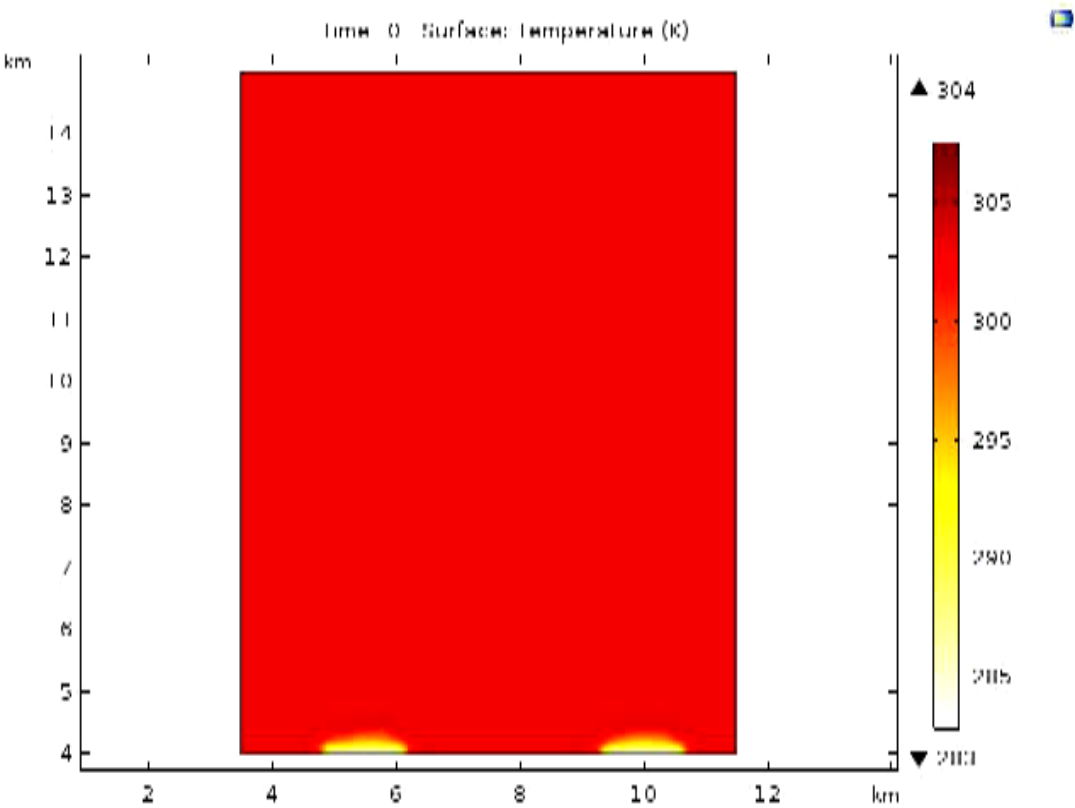
Супутниковий знімок акваторії Каховського водосховища та Запорізької АЕС



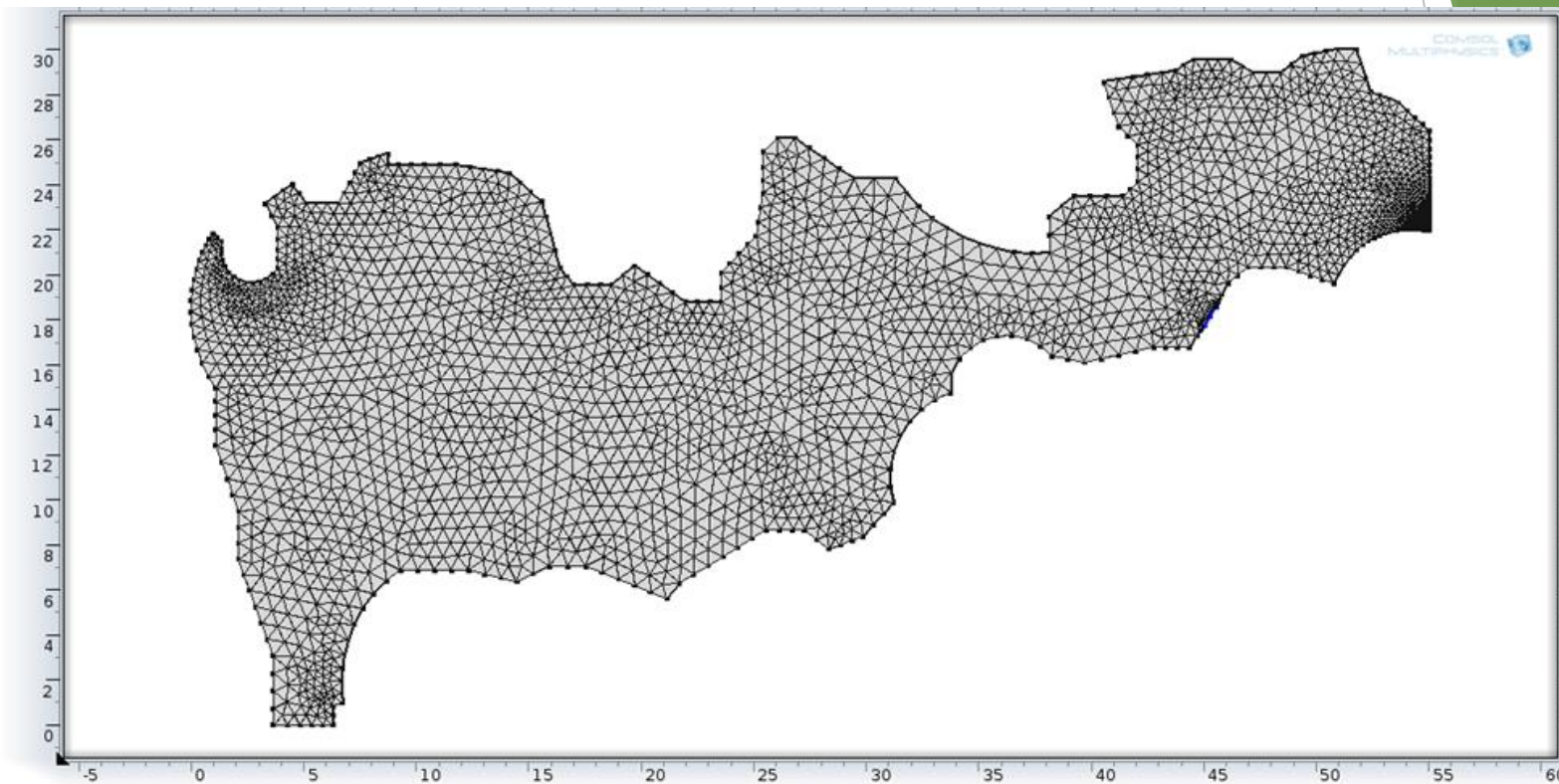
Продуква ставка охладжувача ЗАЭС



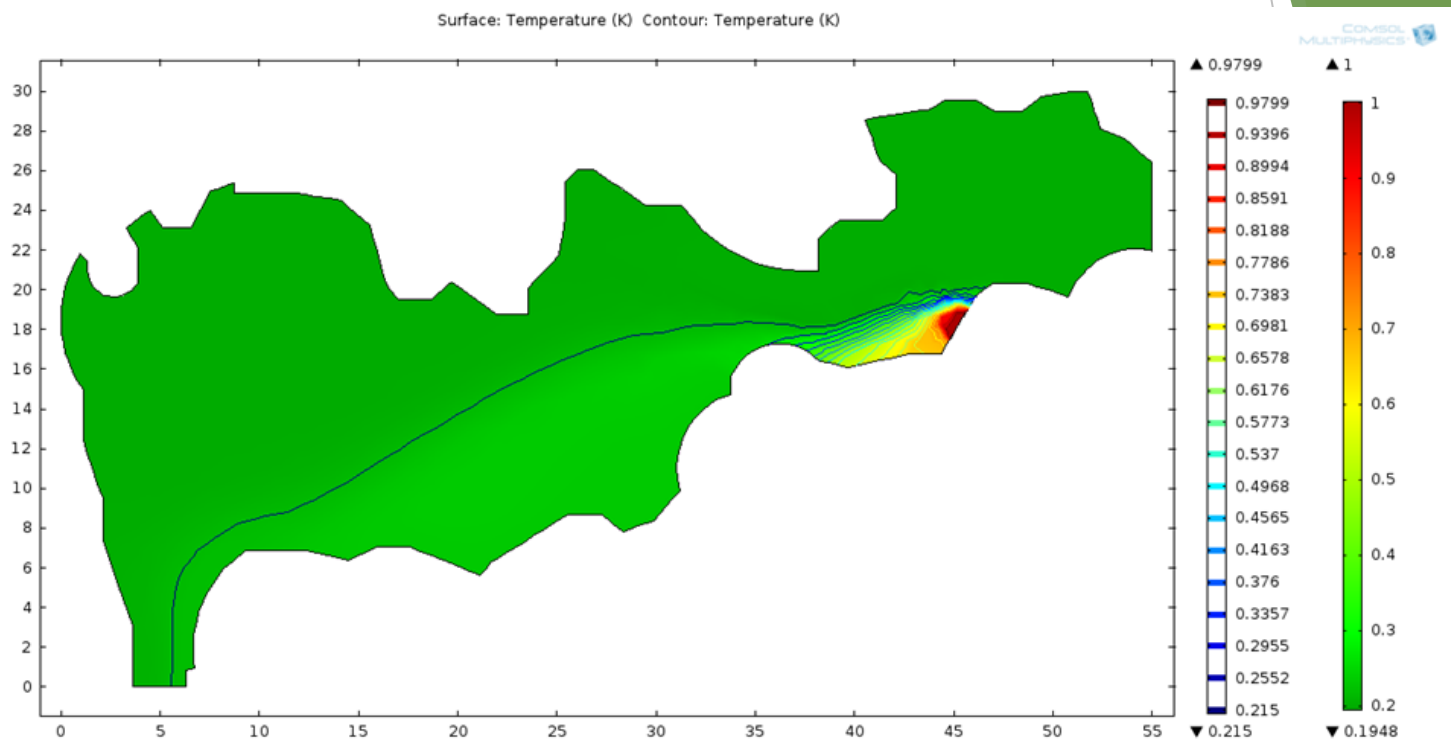
Продуква ставка охладжувача



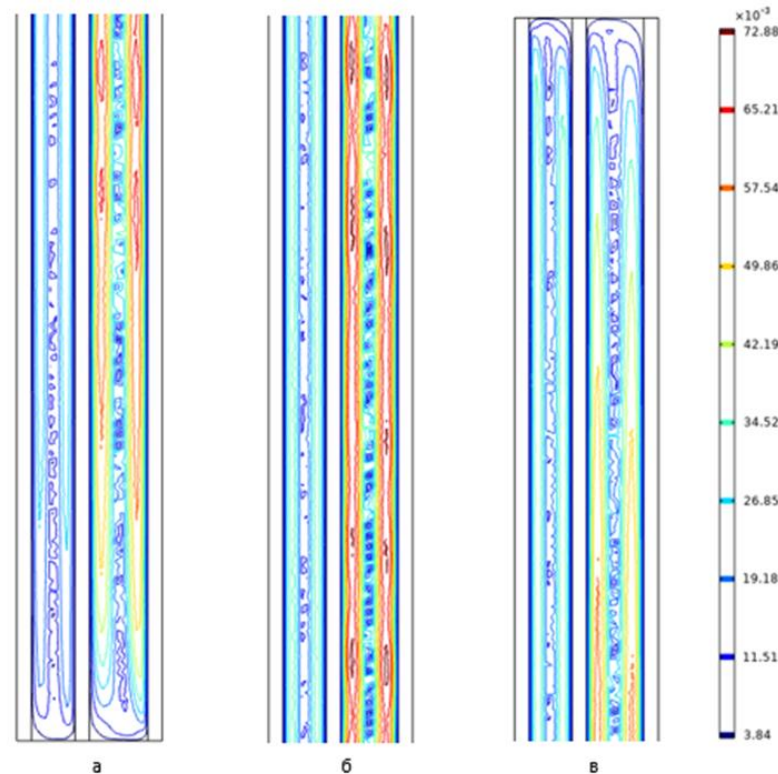
Триангуляція розрахункової області



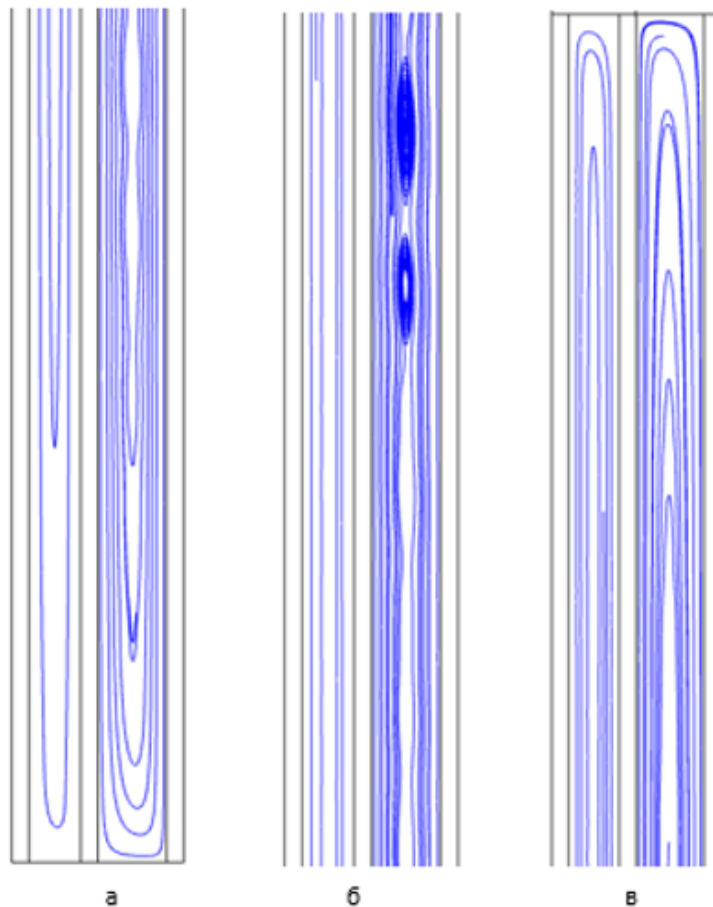
Розповсюдження забруднень



ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОБМІНУ В СКЛОПАКЕТАХ

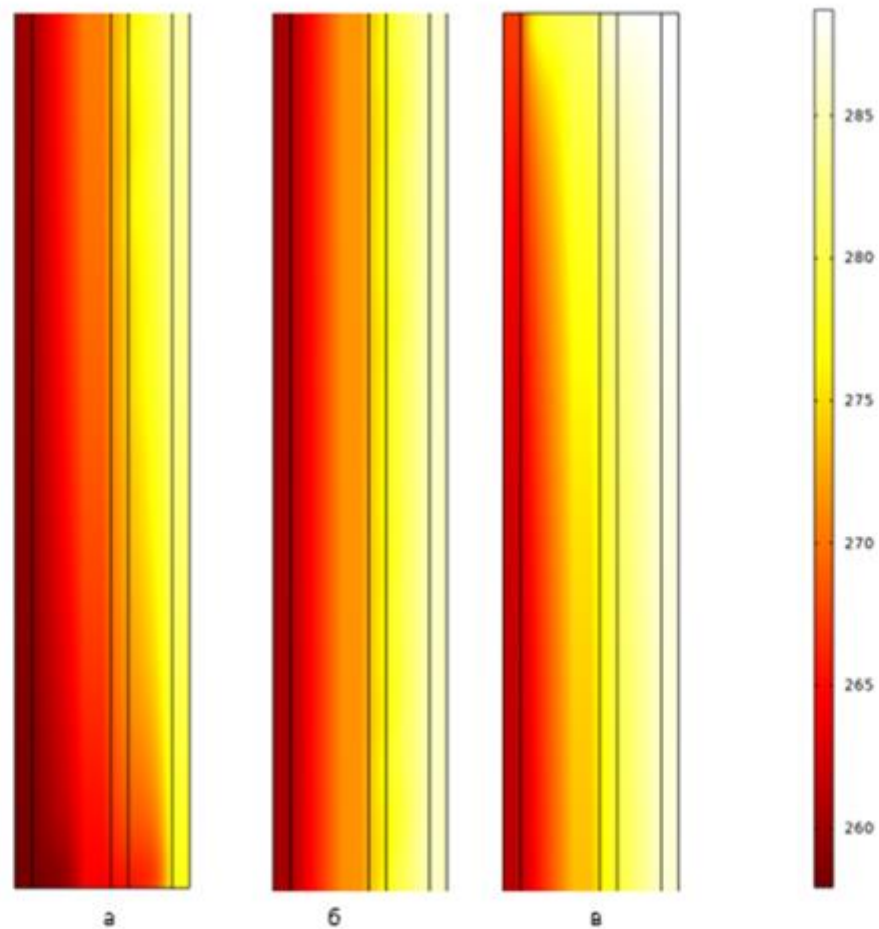


а – нижній фрагмент; б – середній фрагмент; в – верхній фрагмент.
Рис. 1 – Розподіл швидкостей (ізотахи) конвективних потоків в камерах склопакета.



а – нижній фрагмент; б – середній фрагмент; в – верхній фрагмент.

Рис. 2 – Лінії току в камерах склопакета.



а – нижній фрагмент; б – середній фрагмент; в – верхній фрагмент.
 Рис. 3 – Розподіл температури в двокамерному склопакеті.

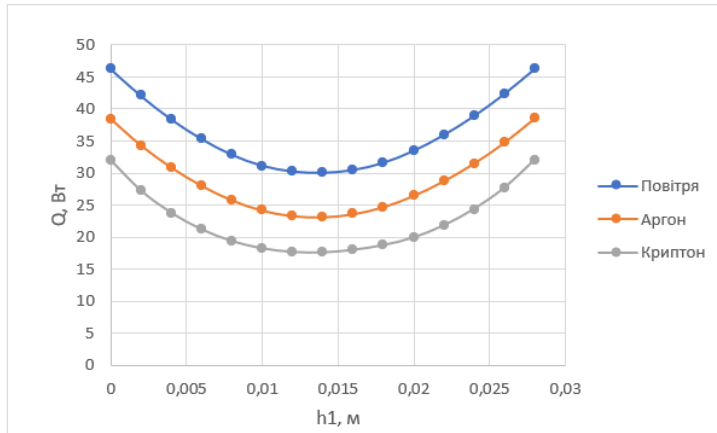


Рис.4 – Витрати тепла через площину склопакету в залежності від ширини зовнішньої камери

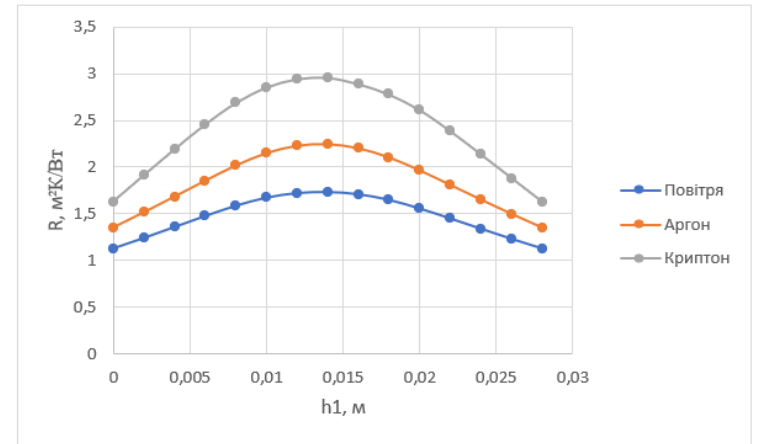


Рис. 5 – Тепловий опір склопакету в залежності від ширини зовнішньої камери h1 та виду наповнювача.

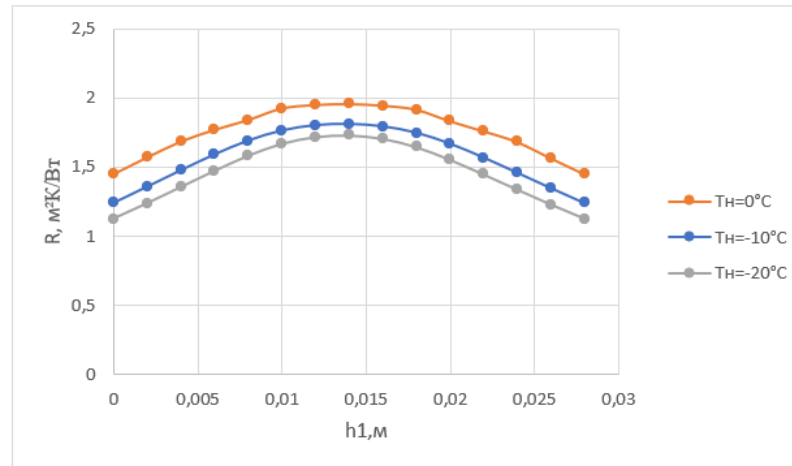
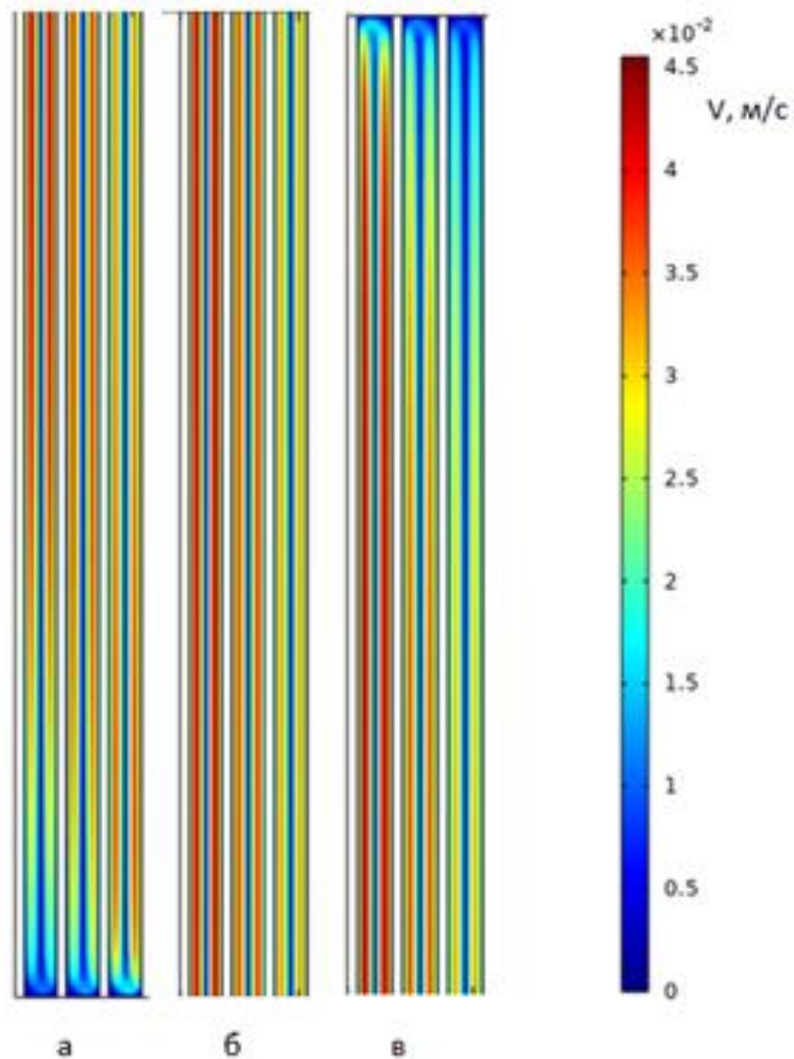


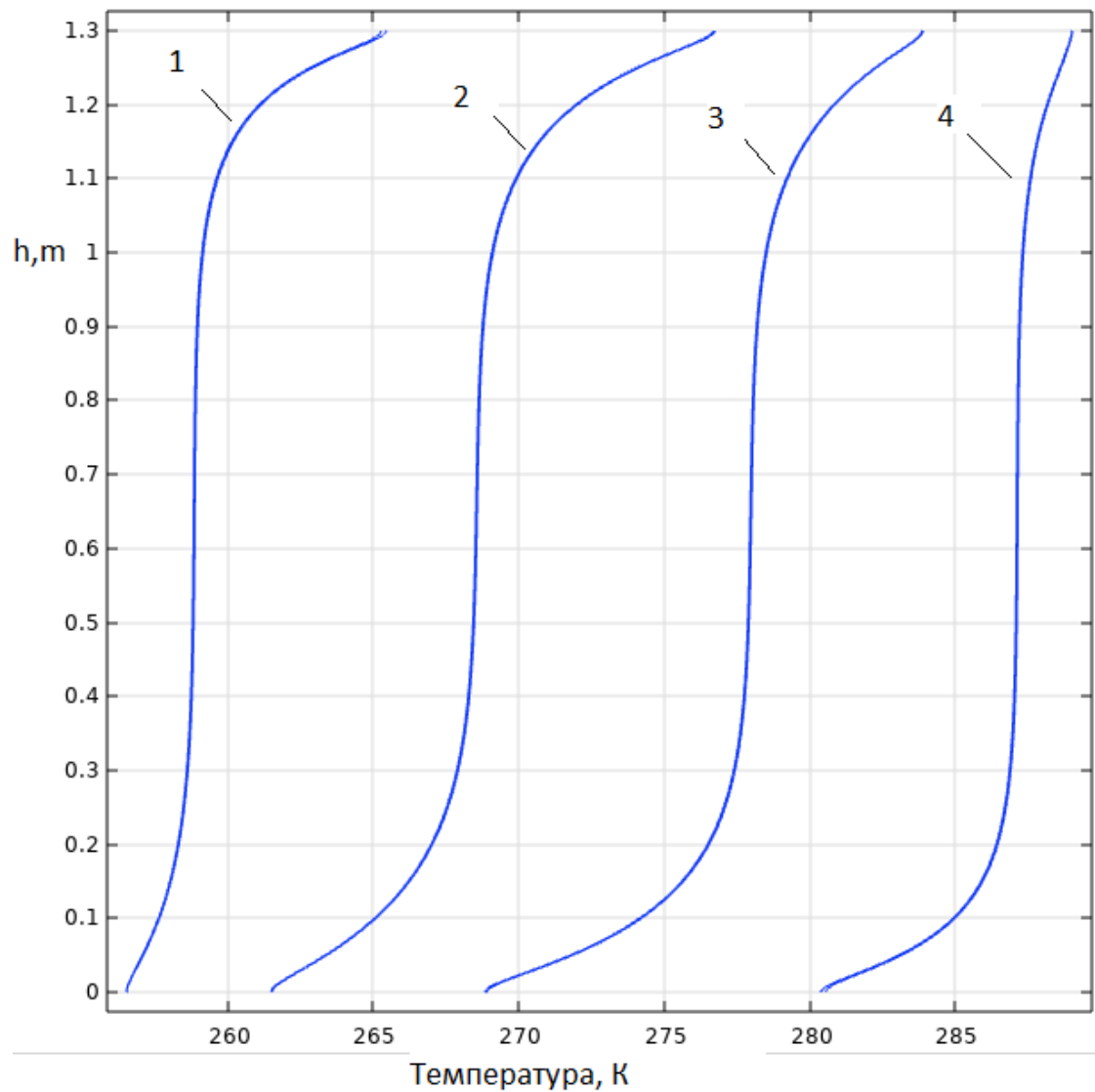
Рис. 6 – Тепловий опір склопакету з повітряним наповненням камер в залежності від зовнішньої температури Tн та ширини камери h1.

Розподіл швидкостей конвективних потоків в трикамерному склопакеті

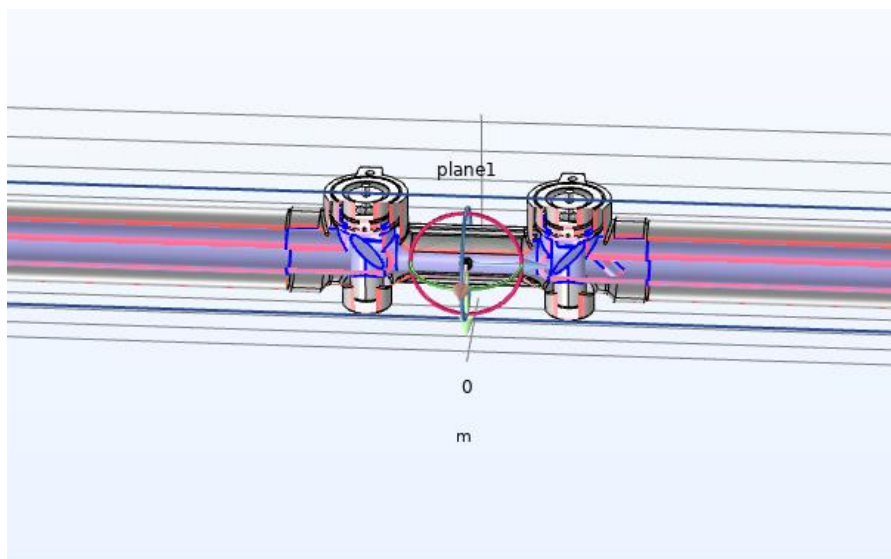
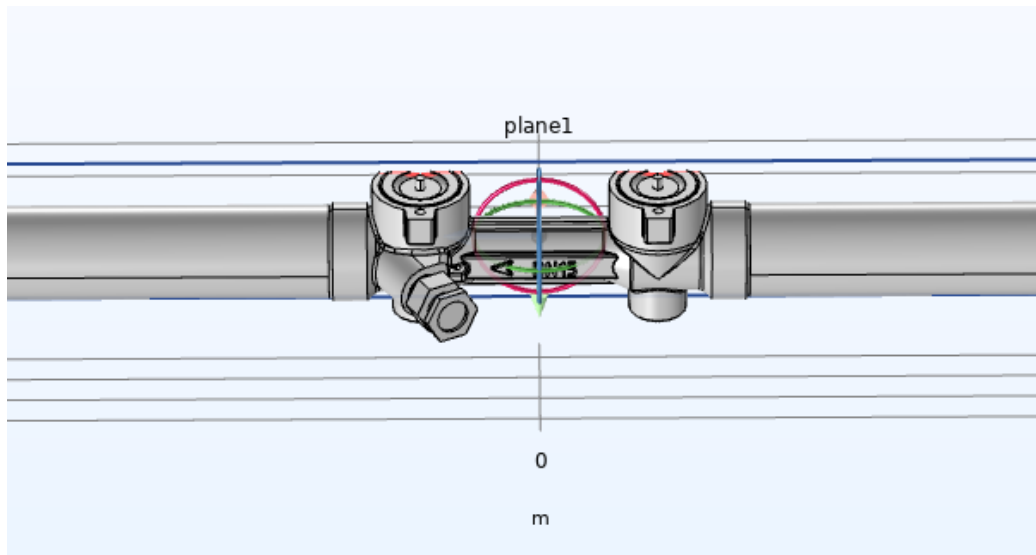


а – нижній фрагмент; б – середній фрагмент; в – верхній фрагмент.

Розподіл температури на поверхні скляних листів по висоті трикамерного склопакету



Ультразвуковий лічильник витрат води



Розрахунок швидкості потоку

$$T_{up} = \frac{L}{c_0 + u_0}, \quad T_{down} = \frac{L}{c_0 - u_0}, \quad \Delta T = \frac{2Lu_0}{c_0^2 - u_0^2},$$
$$u_0 = \frac{L}{\Delta T} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{c_0^2 \Delta T}{L^2}} \right)$$

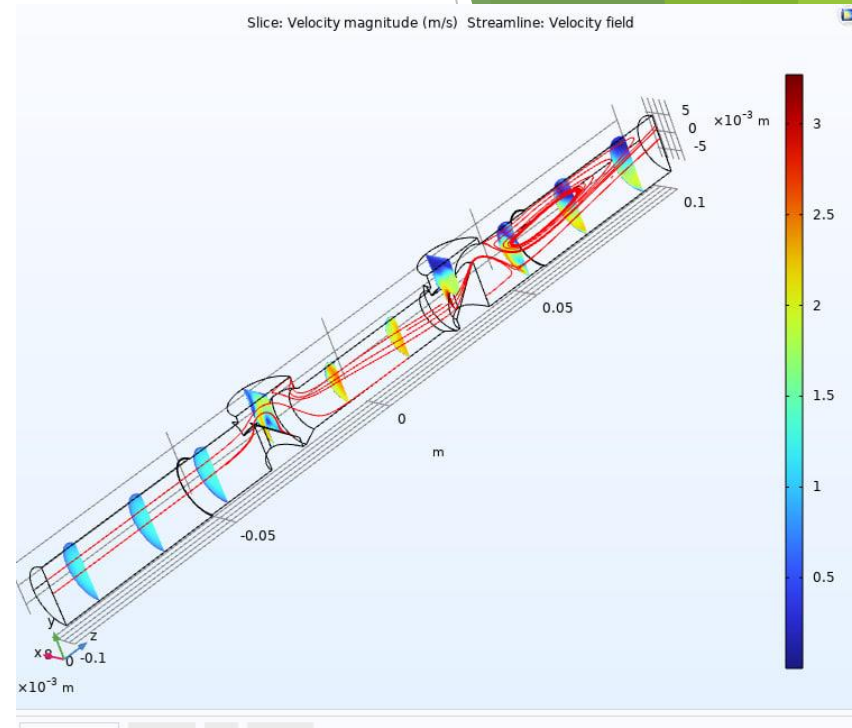
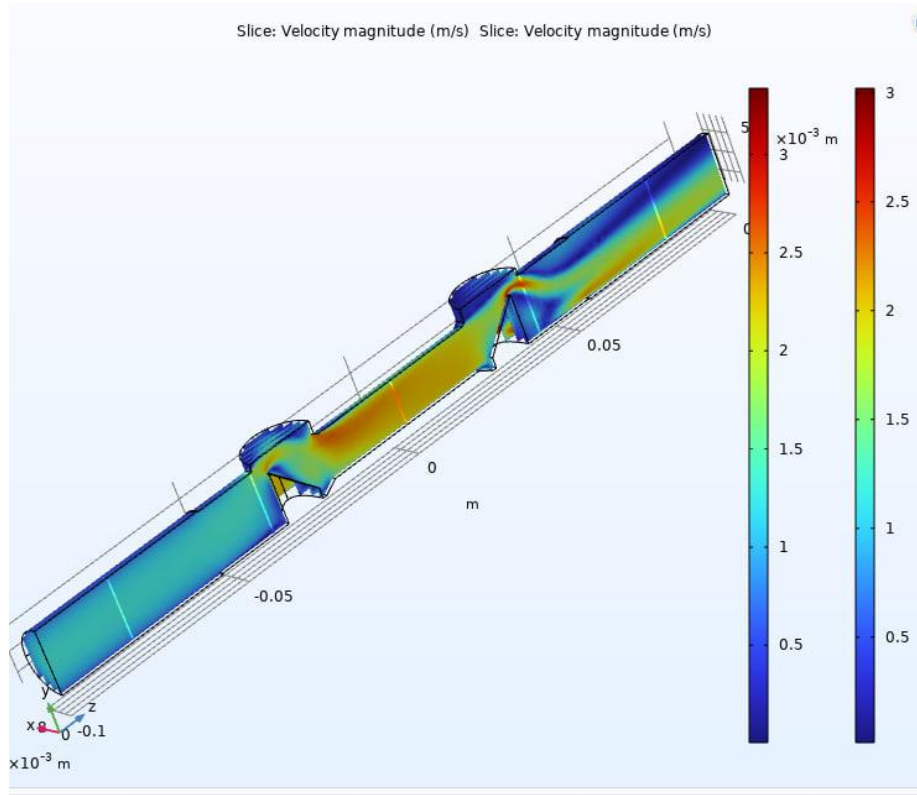
де L - відстань між зеркалами, м;

T_{up} - час проходження сигналу вгору по потоку, с;

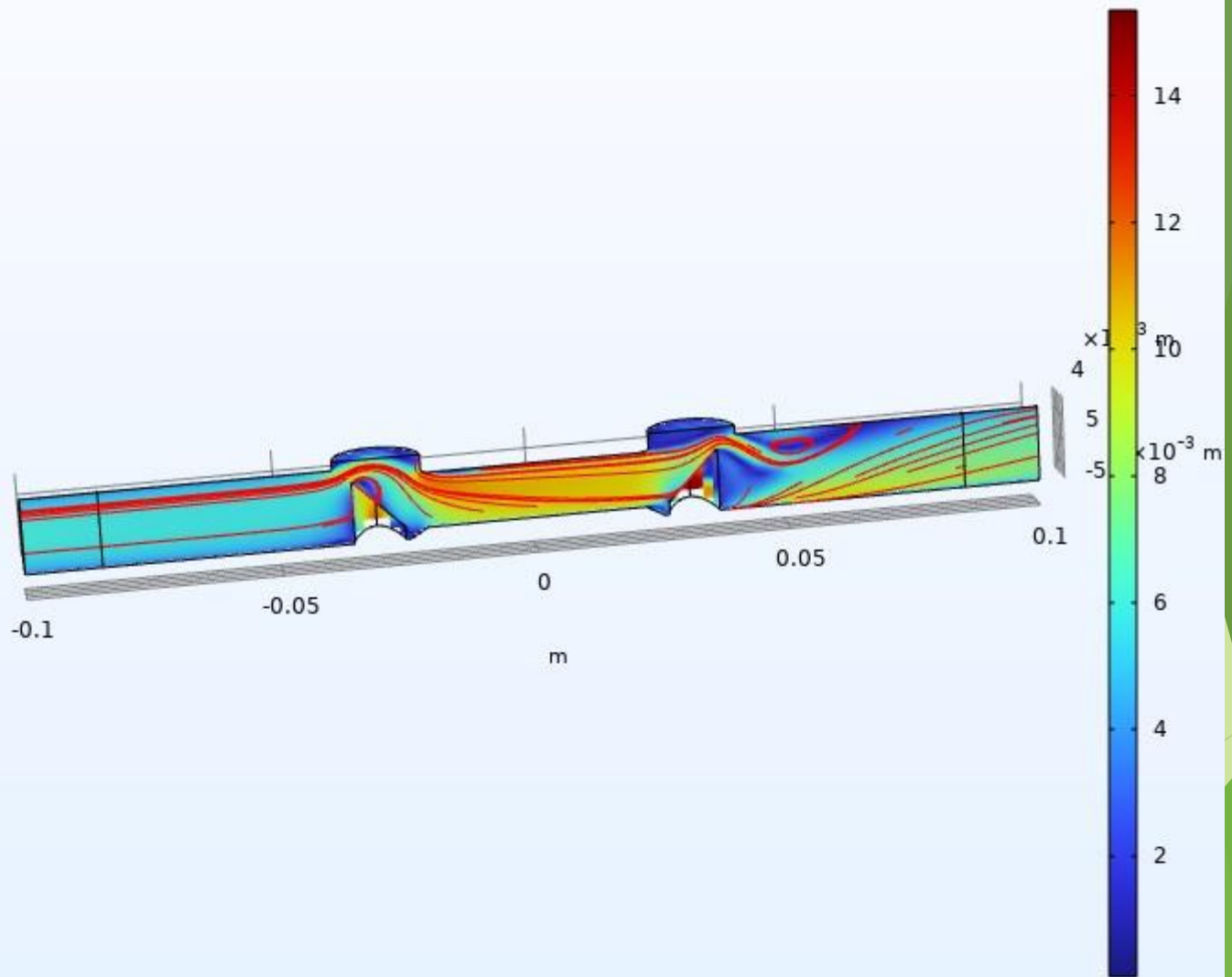
T_{down} - час проходження сигналу вниз по потоку, с;

C_0 - швидкість звуку, м/с;

U_0 - середня швидкість води, м/с.

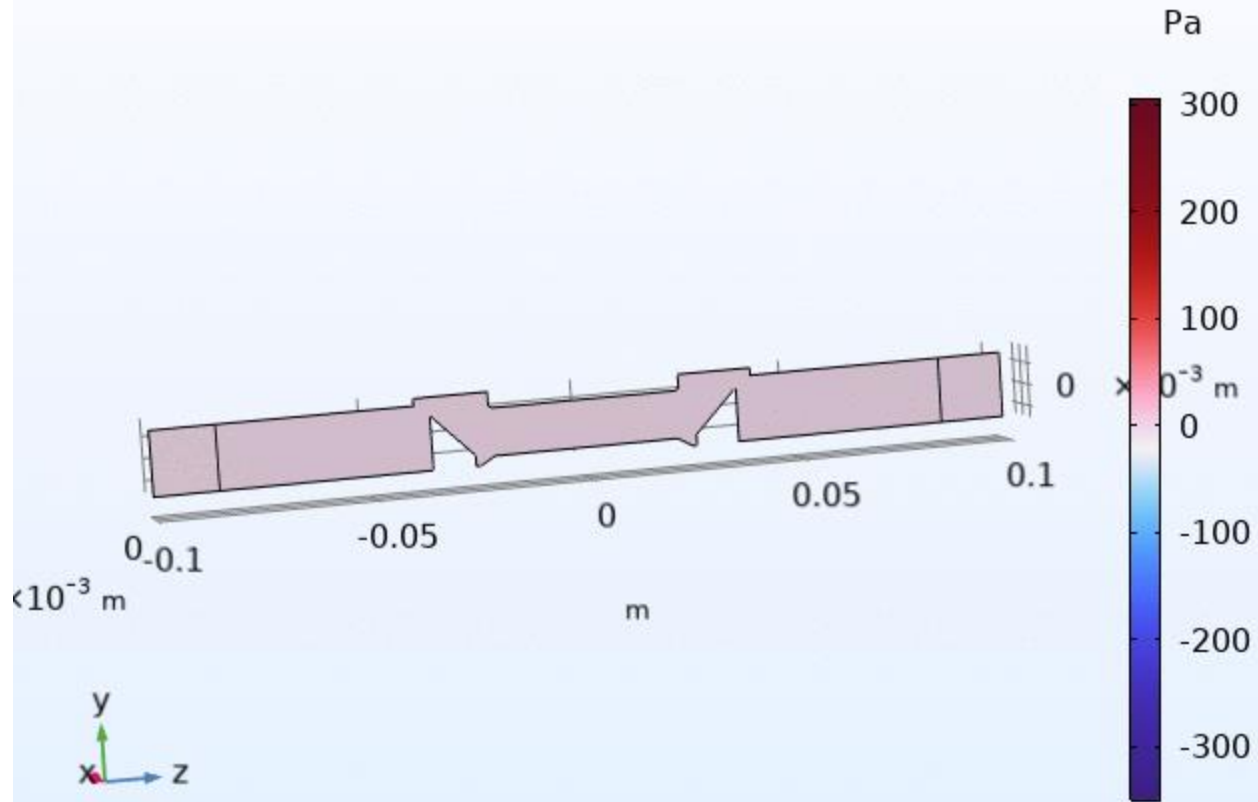


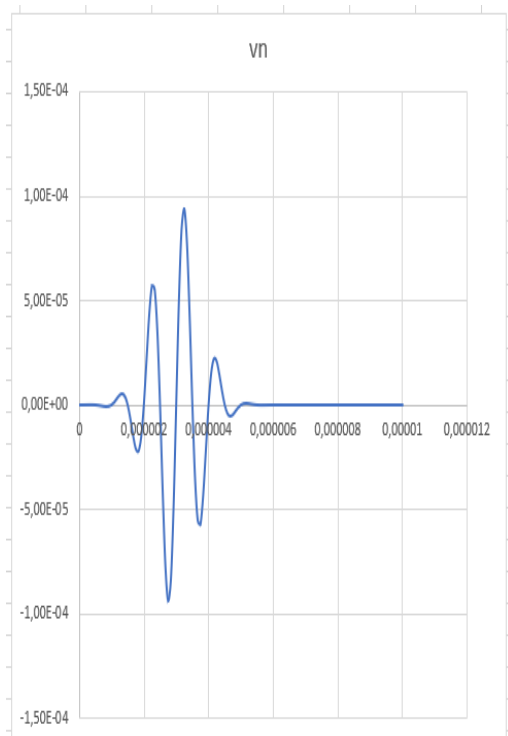
Slice: Velocity magnitude (m/s) Streamline: Velocity field



Time=0 s

Surface: Acoustic pressure (Pa)



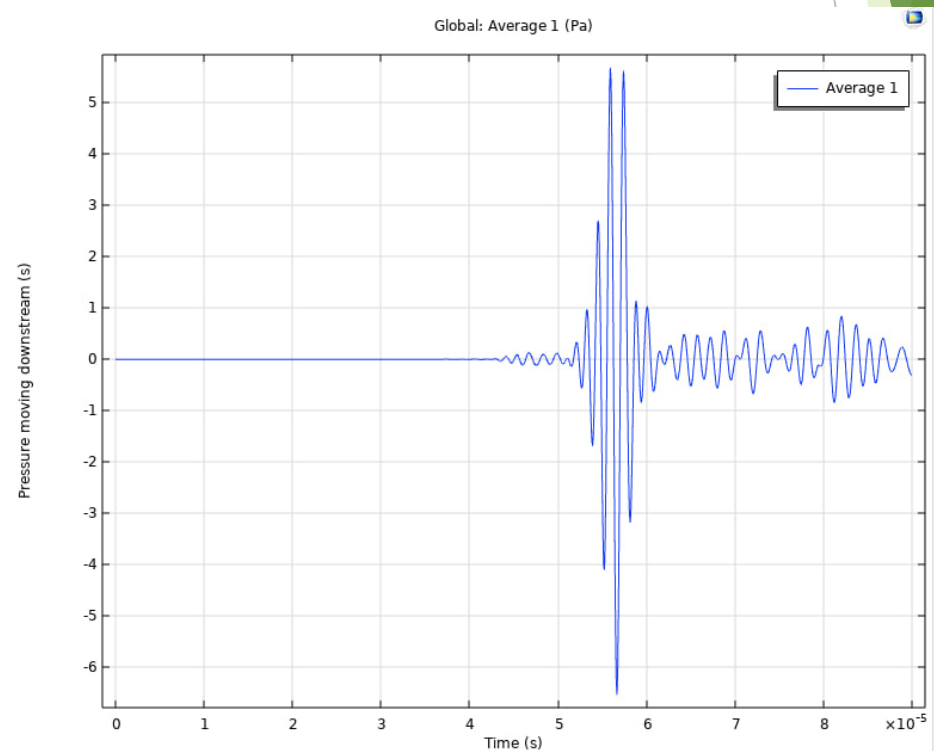


Сигнал на передавачу

$$v_n(t) = Ae^{-f_0(t-3T_0)^2} \sin(\omega_0 t)$$

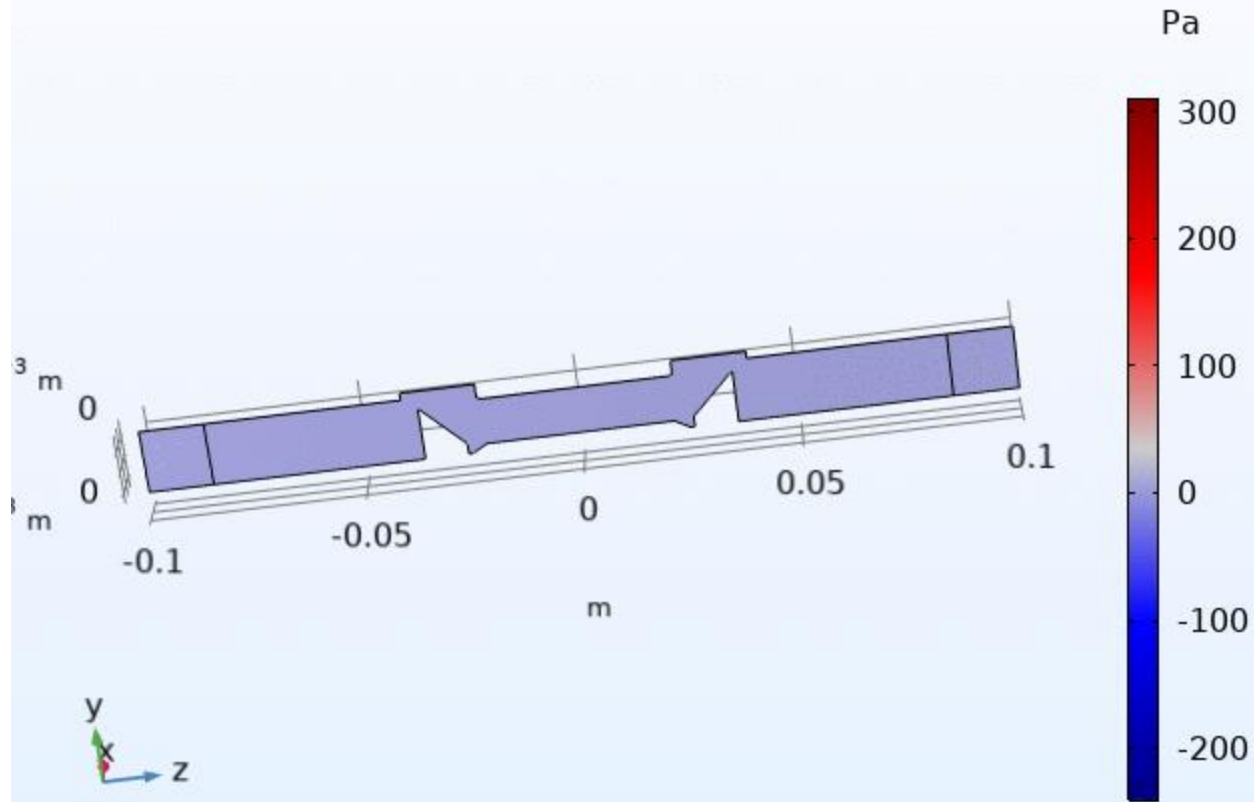
$$A=0.1, \quad \omega_0 = 2\pi f_0, \quad f_0 = 1 \text{ MHz}, \quad T_0 = 1/f_0.$$

Сигнал на приймачу



Time=0 s

Surface: Acoustic pressure (Pa)



Дякую за увагу!

Перелік посилань

1. Гребенюк С. М., Гоменюк С. І. Чисельні методи розв'язання механічних задач: навчальний посібник для здобувачів третього освітньо-наукового рівня спеціальності «Прикладна математика» освітньо-наукової програми «Прикладна математика». Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2022. 80 с.
2. Овчаренко В.А., Подлесний С.В., Зінченко С.М. О 35 Основи методу кінцевих елементів і його застосування в інженерних розрахунках: Навчальний посібник. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 380 с. ISBN 978-966-379-224-8
3. Метод скінченних елементів в розв'язанні задач механіки рідини і газу: Методичні рекомендації до практичних занять та самостійної роботи з курсу «Чисельні методи механіки суцільних середовищ» для студентів спеціальності «Прикладна математика» / уклад. Н. М. Кізілова. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2020. – 64 с.
<https://www.comsol.com/>
http://geometry.karazin.ua/resources/documents/20191219182458_3cc8431d.pdf