Зимова школа з системного аналізу і штучного інтелекту

ДЕНЬ 2. ЗАДАЧА 3

Системний аналіз та оптимізація розподілу матеріальних потоків та вибору варіанту розширення виробництва

Дніпро

2024

- ***Об’єкт дослідження***: приватне підприємство «Sand mining»
- ***Мета***: зниження транспортних і виробничих витрат за рахунок побудови і реалізації математичної моделі оптимального закріплення споживачів за виробниками і вибору стратегії розширення видобутку піску

ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ МЕТИ НЕОБХІДНО ВИРІШИТИ *НАСТУПНІ ЗАДАЧІ:*

- провести аналіз зв’язків між добувними об’єктами підприємства і його споживачами, можливості розширення виробництва піску, попиту на пісок будівельних ділянок;
- побудувати математичну модель задачі закріплення кар’єрів за будівельними ділянками і вибору оптимального варіанту розширення видобутку піску;
- на прикладі розв'язання модельної задачі продемонструвати доцільність використання запропонованого підходу щодо визначення оптимальної програми роботи приватного підприємства

Постановка задачі

Видобуток будівельного піску здійснюється на трьох кар’єрах ПП «Sand mining» і доставляється на чотири будівельні ділянки. Дані про щоденну продуктивність кар’єрів (в тонах), попит на пісок будівельних майданчиків (в тонах), витрати на видобуток піску (в ум. грош. од./т) та транспортні витрати (ум. грош. од./т) наведені в таблиці.

	1-й майданчик	2-й майданчик	3-й майданчик	4-й майданчик	Видобуток піску
1-й кар’єр	4	3	2	5	46
2-й кар’єр	1	1	6	4	34
3-й кар’єр	3	5	9	4	40
Новий кар’єр	2	3	1	1	
Потреби	40	35	30	45	

Постановка задачі

Кількість піску, що бракує щодня, можна забезпечити наступними трьома способами:

1) **Збільшення продуктивності 1-го кар’єра, що спричинить за собою додаткові витрати у 3** ум. грош. од. на видобуток 1 т.
2) **Збільшення продуктивності 2-го кар’єра з додатковими витратами у 2** ум. грош. од. за 1 т.
3) **Експлуатація нового кар’єра з витратами на видобуток 5** ум. грош. од./т і на транспортування до вказаних будівельних майданчиків 2,3, 1 та 1 ум. грош. од./т.

Визначити оптимальний план закріплення будівельних майданчиків за кар’єрами та оптимальний варіант розширення видобутку піску.

ДОДАТКОВІ ПРИПУЩЕННЯ

- **Потрібно визначитися із варіантом розширення виробництва і скласти такий план перевезень, при якому потреби всіх споживачів повністю задовольняться, а сумарні витрати на перевезення всіх вантажів будуть мінімальними.**

- Будемо розглядати два випадки:

1) Коли здійснюється вибір лише одного з можливих варіантів розширення виробництва;
2) Можна додатково видобувати пісок за рахунок реалізації навіть усіх можливих варіантів.

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Введемо наступні позначення:

m – кількість постачальників, у тому числі новий, який можна відкрити задля виробництва піску у кількості, що бракує;

n – число споживачів;

k – кількість варіантів рішень щодо розширення виробництва; перші $(k-1)$ – за рахунок розширення перших $(k-1)$ виробництв на $a_m = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m-1} a_i$;

$a_1, a_2, \ldots, a_m$ – обсяги виробництва;

$b_1, b_2, \ldots, b_n$ – обсяги споживання;

c_{ij} – вартості перевезення одиниці вантажу від i -го постачальника j -му споживачу, $i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$;

$p_1, p_2, \ldots, p_k$ – вартість видобутку 1т піску за рахунок додаткової можливості.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Для випадку 1): $a_m = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m-1} a_i$ – обсяг виробництва нового постачальника;

Невідомі змінні:

x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від *i*-го постачальника до *j*-го споживача;

$s_1, s_2, \ldots, s_k$ – змінні – індикатори, які відповідають за реалізацію певного варіанту розширення виробництва:

$$s_l = \begin{cases} 1, \text{якщо } l - \text{й варіант вибору приймається}, \\ 0 \text{ у протилежному випадку}, \qquad l = 1,2, \ldots, k; \end{cases}$$

$$\sum_{l=1}^{k} s_l = 1;$$

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{l=1}^{k} s_l p_l a_m \to min \quad (1)$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - a_m s_i = a_i \left(i = \overline{1, m-1}\right); \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{mj} - a_m s_m = 0; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \left(j = \overline{1, n}\right); \quad (4)$$

$$\sum_{l=1}^{k} s_l = 1; \quad (5)$$

$$s_l = 0 \vee 1, \quad l = 1,2, \dots, k; \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0\left(i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}\right), \quad (7)$$

Побудова математичної моделі

Для випадку 2): $a_m = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m-1} a_i$ – обсяг виробництва продукції, який бракує задля задоволення споживачів у повному обсязі;

Невідомі змінні:

x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від i-го постачальника до j-го споживача;

$y_1, y_2, \ldots, y_m$ – кількість продукції, на яку розширюється виробництво за відповідним сценарієм:

$$\sum_{l=1}^{m} y_l = a_m.$$

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} + \sum_{l=1}^{k} y_l p_l \to min \qquad (11)$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - y_i = a_i \left(i = \overline{1, m-1}\right); \qquad (12)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{mj} - y_m = 0; \qquad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \left(j = \overline{1, n}\right); \qquad (14)$$

$$\sum_{l=1}^{m} y_l = a_m; \qquad (15)$$

$$y_j \geq 0, j = 1,2, \dots, m; \qquad (16)$$

$$x_{ij} \geq 0\left(i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}\right), \qquad (17)$$

Результати розрахунків

Висновки