

Зимова школа з системного аналізу і штучного інтелекту
ДЕНЬ 2. ЗАДАЧА 2

**Системний аналіз та мінімізація часу
переналаштування обладнання при
виробництві металоконструкцій**

Дніпро
2024

- **Об'єкт дослідження:** Процес виробництва плат з використанням декількох типів обладнання
- **Мета:** зменшення часу переналаштування обладнання за рахунок розробки математичної моделі задачі пошуку оптимальної програми виконання плану виробництва металевих плат

ДЛЯ ДОСЯГНЕННЯ ПОСТАВЛЕНОЇ МЕТИ НЕОБХІДНО ВИРІШИТИ НАСТУПНІ ЗАДАЧІ:

- провести аналіз технологічного процесу виробництва металевих плат;
- побудувати математичну модель задачі пошуку програми роботи поточної лінії виробництва металевих плат з метою мінімізації часу переналаштування обладнання;
- на прикладі розв'язання модельної задачі продемонструвати доцільність використання запропонованого підходу щодо визначення оптимальної послідовності завантаження потужностей підприємства

Постановка задачі

На поточній лінії, яка обладнана пресами, обробляються плати 5 типів.

Кожна плата послідовно обробляється на всіх 6 пресах. Перед обробкою плати потрібно зняти з пресу попередній штамп і встановити на нього новий, відповідно типу плати.

В табл. 1 зазначені номери штампів, які потрібно встановити на прес для обробки на ньому чергового типу плати.

В табл. 2 міститься інформація про час, що витрачається на зняття з пресу або на встановлення на нього кожного типу штампу.

В якій послідовності потрібно обробляти плати на пресах, аби загальний час, що витрачається на зміну штампів і обробку всіх плат, був мінімальним?

Побудувати математичну модель і розв'язати отриману задачу.

Таблиця 1 Номера штампів, які потрібно встановити на преси для обробки плат

Плата	Преси					
	Прес 1	Прес 2	Прес 3	Прес 4	Прес 5	Прес 6
1	Ш-2	Ш-4	Ш-7	Ш-3	Ш-10	Ш-1
2	Ш-3	Ш-4	Ш-6	Ш-5	Ш-9	Ш-11
3	Ш-7	Ш-8	Ш-10	Ш-6	Ш-1	Ш-11
4	Ш-2	Ш-5	Ш-3	Ш-7	Ш-10	Ш-9
5	Ш-4	Ш-8	Ш-6	Ш-5	Ш-9	Ш-3

Таблиця 2 Час на зняття або встановлення штампів

час	Ш-1	Ш-2	Ш-3	Ш-4	Ш-5	Ш-6	Ш-7	Ш-8	Ш-9	Ш-10	Ш-11
		10	15	20	17	30	22	14	19	12	18

Можна вихідну інформацію (за необхідністю) представити у вигляді наступної таблиці

Таблиця 3 Час установлювання або зняття штампів на преси для обробки відповідних плат

Плата	Преси					
	Прес 1	Прес 2	Прес 3	Прес 4	Прес 5	Прес 6
1	15	17	14	20	18	10
2	20	17	22	30	12	16
3	14	19	18	22	10	16
4	15	30	20	14	18	12
5	17	19	22	30	12	20

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Введемо наступні позначення:

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 3 & 10 & 1 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 9 & 11 \\ 7 & 8 & 10 & 6 & 1 & 11 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 10 & 9 \\ 4 & 8 & 6 & 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

G_{ij} – відображає номер штампу на j -му пресі для обробки плати i -го типу

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 & 17 & 30 & 22 & 14 & 19 & 12 & 18 & 16 \end{pmatrix}$$

A_k – відображає час встановлення на прес або зняття з пресу k -го штампу

Введемо наступні позначення:

$$G = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 & 3 & 10 & 1 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 9 & 11 \\ 7 & 8 & 10 & 6 & 1 & 11 \\ 2 & 5 & 3 & 7 & 10 & 9 \\ 4 & 8 & 6 & 5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

G_{ij} – відображає номер штампу на j -му пресі для обробки плати i -го типу

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 & 17 & 30 & 22 & 14 & 19 & 12 & 18 & 16 \end{pmatrix}$$

A_k – відображає час встановлення на прес або зняття з пресу k -го штампу

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Задача: **В якій послідовності (?)** потрібно обробляти плати на пресах, аби загальний час, що витрачається на зміну штампів і обробку всіх плат, був мінімальним?

1 → 3 → 5 → 2 → 4 або 1 → 4 → 2 → 5 → 3 або 1 → 2 → 3 → 4 → 5 ... ?

ЗАДАЧА КОМІВОЯЖЕРА

Потрібна Додаткова вихідна інформація

УРА!!!

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Складемо матрицю вартості (у часовому еквівалентів) переходу від i -ого штампу (зняти) до j -ого штампу (встановити):

$$B_{ij} = \begin{cases} A_i + A_j, & \text{якщо } \Pi_i \rightarrow \Pi_j \\ 0 & \text{у протилежному випадку} \end{cases} \quad i, j = \overline{1,11}$$

$B =$

0	25	30	27	40	32	24	29	22	28	26
25	0	35	32	45	37	29	34	27	33	31
30	35	0	37	50	42	34	39	32	38	36
27	32	37	0	47	39	31	36	29	35	33
40	45	50	47	0	52	44	49	42	48	46
32	37	42	39	52	0	36	41	34	40	38
24	29	34	31	44	36	0	33	26	32	30
29	34	39	36	49	41	33	0	31	37	35
22	27	32	29	42	34	26	31	0	30	28
28	33	38	35	48	40	32	37	30	0	34
26	31	36	33	46	38	30	35	28	34	0

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Складемо матрицю вартості (у часовому еквівалентів) переходу від i -ої плати до j -ої плати:

							СУММА
C(1,2)	35	0	36	50	30	26	177
C(1,3)	29	36	32	42	28	26	193
C(1,4)	0	47	34	34	0	22	137
C(1,5)	32	36	36	50	30	30	214
C(2,3)	34	36	40	52	22	0	184
C(2,4)	35	47	42	44	30	28	226
C(2,5)	37	36	0	0	0	36	109
C(3,4)	29	49	38	36	28	28	208
C(3,5)	31	0	40	52	22	36	181
C(4,5)	32	49	42	44	30	32	229

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^6 B_{G_{ik}} G_{jk}$$

$C =$

inf	177	193	137	214
177	inf	184	226	109
193	184	inf	208	181
137	226	208	inf	229
214	109	181	229	inf

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо здійснюється перехід з } A_i \text{ в } A_j, \\ 0 & \text{в протилежному випадку, } i \neq j, i, j = \overline{1, n}. \end{cases}$$

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1 \quad \forall i, j = \overline{2, n}, u_2, \dots, u_n - \text{довільні змінні} \quad (4)$$

$$x_j = 0 \vee 1 \quad i, j = \overline{1, n} \quad (5)$$

обмеження (4) призначені забезпечити зв'язність послідовності - виключають з розгляду довільний цикл, що не проходить через пункт 1.

Отримані результати

Фрагмент програми на Python

```
%%time
# Словарь расстояний
dist = {(i, j): C[i][j] for i, j in
        iter.permutations(np.arange(stamp_num), 2)}

# Решение задачи коммивояжера
cost_opt, path_opt = tsp.tsp(np.arange(stamp_num), dist)
```

Wall time: 3.93 s

In [9]:

```
print("""Оптимальная последовательность запуска плат на линию: {0},
при которой общие затраты времени минимальны и равны: {1}""")
    .format(" -> ".join((np.array(path_opt + [path_opt[0]]) + 1).astype(str)),
            str(int(cost_opt))))
```

Оптимальная последовательность запуска плат на линию: 1 -> 4 -> 3 -> 5 ->
2 -> 1,
при которой общие затраты времени минимальны и равны: 812

Висновки

In [10]:

```
X = np.zeros((stamp_num, stamp_num))
for i, j in np.vstack((path_opt, np.roll(path_opt, 1))).T:
    X[j][i] = 1
```

```
Markdown("$ X = $ " + display(X))
```

Out[10]:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$